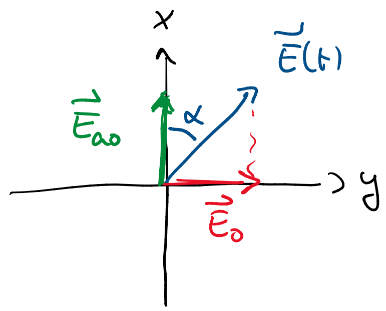
Verzögerungsplatten und Polarisation

Hinter doppelbrechendem Kristall Dicke d:

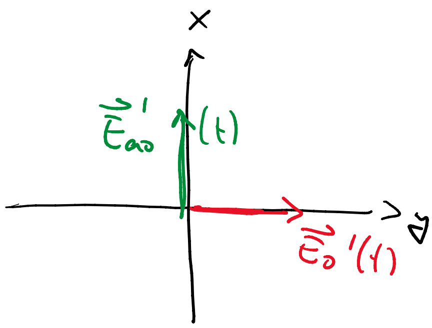
$$\Delta\varphi = \varphi_{ao} - \varphi_o = (n_{ao} - n_o)\, k d \qquad k = \frac{2\pi}{\lambda} \text{ im Vakuum}$$

Kristall / Platte: Verzögerungsplatten, Wellenplatte — Retarders, waveplates

vor



hinter



$$\vec{E}_{ao} = E_0 \cos\alpha\, \hat{e}_x\, e^{i(kz-\omega t)}$$

$$\vec{E}_{ord} = E_0 \sin\alpha\, \hat{e}_y\, e^{i(kz-\omega t)}$$

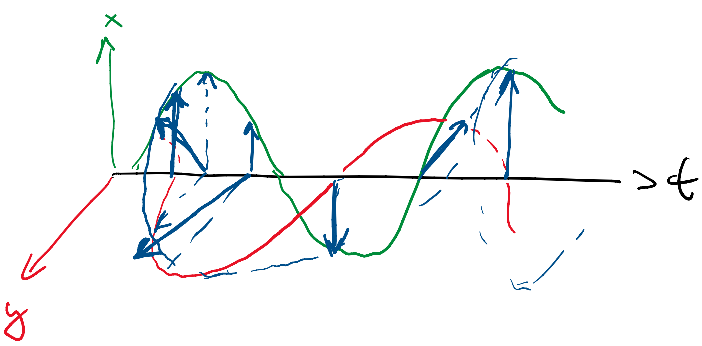
$$\Delta\varphi = (n_{ao} - n_o)\, k d$$

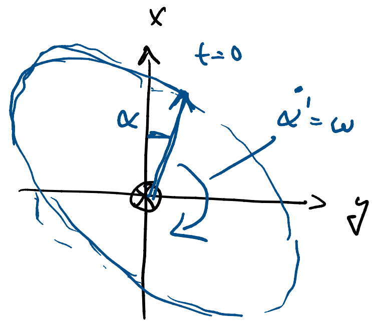
$$\vec{E}_{ao}{}' = E_0 \cos\alpha\, \hat{e}_x\, e^{i(kz-\omega t+\Delta\varphi)}$$

$$\vec{E}_{ord}{}' = E_0 \sin\alpha\, \hat{e}_y\, e^{i(kz-\omega t)}$$

$$E_x: \quad \vec{E}_{ord}{}' = E_0 \sin\alpha\, \hat{e}_y\, \boxed{\cos(\omega t)}\, e^{ikz}$$

$$E_y: \quad \vec{E}_{ao}{}' = E_0 \cos\alpha\, \hat{e}_x\, \boxed{\cos(\omega t + \Delta\varphi)}\, e^{ikz}$$





elliptisch polarisiertes Licht (Periode $\frac{2\pi}{\omega}$)

Spezialfall: $\Delta\varphi = \pm\frac{\pi}{2}$ und $|\vec{E}_x| = |\vec{E}_y|$ d.h. $\alpha = 45°$

$\Rightarrow$ Kreis ("Viertelwellenplatte")

zirkular polarisiertes Licht

Optische Konvention: von vorne gegen Strahl

im Uhrzeigersinn: rechts zirkular pol. C^-

gegen — " — : links zirkular pol. C^+

Schreibweise: $\Delta\varphi = \pm\frac{\pi}{2} \Rightarrow e^{i\Delta\varphi} = i$

$$\Rightarrow \vec{E}' = \vec{E}'_{ao} + \vec{E}'_{ord} = \begin{pmatrix} E_0 \cos\alpha \\ i\, E_0 \sin\alpha \end{pmatrix} e^{i(kz-\omega t)}$$

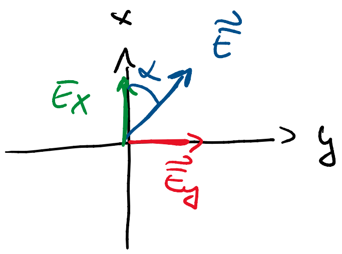
$\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$

$$\overset{\alpha=45°}{=} \frac{E_0}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ \pm i \end{pmatrix} e^{ikz-\omega t}$$

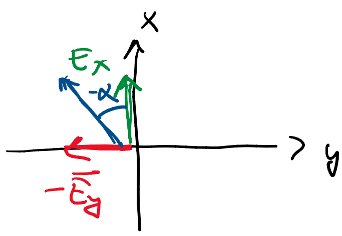
$\Delta\varphi = \pi$

$$\vec{E} = E_0 \begin{pmatrix} \cos\alpha & \cos\omega t \\ \sin\alpha & \underbrace{\cos(\omega t + \Delta\varphi)}_{= -\cos(\omega t) \quad \Delta\varphi = \pi} \end{pmatrix} e^{ikz}$$

$$= E_0 \begin{pmatrix} \cos\alpha & \cos\omega t \\ -\sin\alpha & \cos\omega t \end{pmatrix} e^{ikz}$$



Spiegelung $\Rightarrow$ der linearen Polarisation



Doppelbrechung bei zirkular pol. Licht

Doppelbrechung

Linear pol. Licht: $\vec{E} = E_0 \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$ z.B. in $\hat{e}_x$

$$\vec{E} = E_0 \, \frac{1}{2} \left[\begin{pmatrix}1\\+i\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}1\\-i\end{pmatrix} \right]$$

= Überlagerung zwei zirkular pol. Wellen C^+ und C^-

Doppelbrechung "optische Aktivität" in Lösungen oder Kristallen mit Schraubachsen (chirale Struktur)

Hinter der Lösung:

$$\vec{E}' = \frac{E_0}{2} e^{i(n^+kd-\omega t)} \left[\overset{C^+}{\begin{pmatrix}1\\i\end{pmatrix}} + \begin{pmatrix}1\\-i\end{pmatrix} e^{i \overbrace{\Delta n kd}^{=\Delta\varphi = (n^- - n^+)kd}} \right]$$

$$= \frac{E_0}{2} e^{i(\;)} e^{i\frac{\Delta\varphi}{2}} \left[\begin{pmatrix}1\\i\end{pmatrix} e^{-i\frac{\Delta\varphi}{2}} + \begin{pmatrix}1\\-i\end{pmatrix} e^{i\frac{\Delta\varphi}{2}} \right]$$

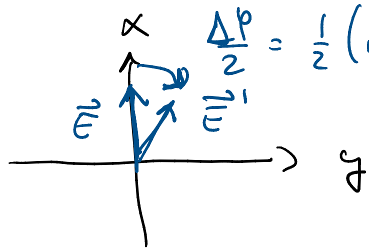
$$= \frac{E_0}{2} e^{i(\;)} e^{i\frac{\Delta\varphi}{2}} \begin{pmatrix} e^{-i\frac{\Delta\varphi}{2}} + e^{i\frac{\Delta\varphi}{2}} \\ -i\left(-e^{-i\frac{\Delta\varphi}{2}} + e^{i\frac{\Delta\varphi}{2}}\right) \end{pmatrix}$$

$$= \frac{E_0}{2} e^{i(\;)} e^{i\frac{\Delta\varphi}{2}} \begin{pmatrix} 2\cos\frac{\Delta\varphi}{2} \\ 2\sin\frac{\Delta\varphi}{2} \end{pmatrix}$$

vorher: $\vec{E} = E_0 \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$

$\vec{E}' = E_0 \begin{pmatrix}\cos\frac{\Delta\varphi}{2}\\ \sin\frac{\Delta\varphi}{2}\end{pmatrix}$

$\frac{\Delta\varphi}{2} = \frac{1}{2}(n^- - n^+)kd$



Polarimetrie: Messung der Rotation

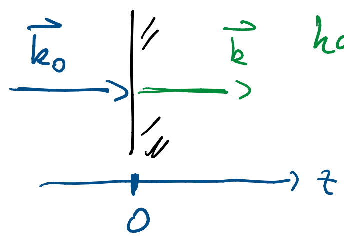
Imaginärteil des Brechungsindex

$$\boxed{\tilde n = n + i\kappa}$$

(manchmal: $\tilde n = n(1+i\kappa)$!)

Wellenvektor: $\vec k = \tilde n \, \vec k_0$ $\qquad |\vec k_0| = \frac{2\pi}{\lambda_0}$ im Vakuum

$$c = \frac{c_0}{n}$$



Welle: $\vec E(z,t) = \vec E_0 \, e^{i(kz-\omega t)}$

in Materie

$$\vec E(z,t) \overset{z>0}{=} \vec E_0 \, e^{i(\tilde n k_0 z - \omega t)}$$

$$= \vec E_0 \, e^{i(nk_0 z - \omega t)} \, e^{i(i\kappa z)} = \vec E_0 \, e^{i(nk_0 z - \omega t)} \, e^{-\kappa k_0 z}$$

Intensität

$$I(z) \propto \vec E \cdot \vec E^* = |\vec E_0|^2 \, e^{-2\kappa k_0 z}$$

$$\boxed{I(z) = I_0 \, e^{-\alpha z}}$$

Gesetz von Lambert-Beer

$\alpha =$ Absorptionskoeffizient

$\Lambda = \frac{1}{\alpha}$ Absorptionslänge

$$\Lambda = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{2\kappa k_0} = \frac{\lambda}{4\pi\kappa}$$

Imaginärteil von $\tilde n$ gibt Absorption!