

Mikroskopisches Bild vom Brechungsindex

Streuung: Sichtbares Licht $\lambda = 400 - 780 \text{ nm}$
 blau/violett / rot

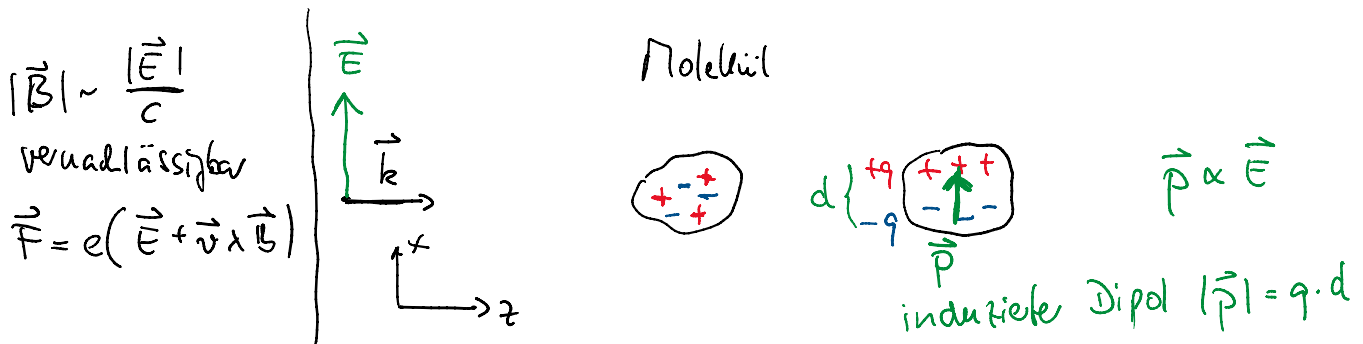
Bereich $\lambda \gg R$ (Radius des Streuers) Rayleigh-Streuung
 $\sim 600 \text{ nm} \gg \text{Molekül} \sim 1 \text{ nm}$

$\lambda \lesssim R$ Mie-Streuung

Rayleigh - Streuung:

Beobachtungen:

1. Blaues Licht wird stärker gestreut als rotes
2. Gestreutes Licht teilweise polarisiert



Polarisation

$$\vec{E} = E_0 \hat{e}_x \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t) = E_0 \hat{e}_x \cos(kz - \omega t)$$

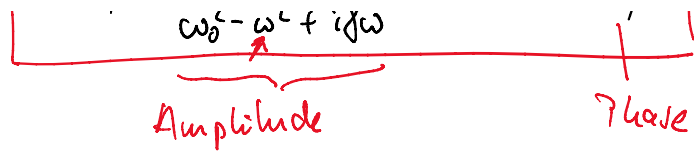
\vec{p} = harmonischer (gedämpfter) Oszillator

$$\text{Elektron } m_e \ddot{x} = e E_0 \cos(\omega t) - k x(t) - \gamma \dot{x}(t)$$

\uparrow rückstellende Kraft

Lösung:

$$x(t) = \frac{e/m_e}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega} \cos(\omega t + \varphi)$$



$$\tan \varphi = \frac{\gamma \omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

hier: Dielektrika (farblos, transparent)

ω_0 im UV (Wasser, Glas) $\Rightarrow \omega \ll \omega_0$

$$\begin{aligned} \lambda \sim 600 \text{ nm} &\Rightarrow v \cdot \lambda = c = 3 \times 10^8 \text{ m/s} \\ &\sim 6 \times 10^{-7} \\ &\Rightarrow v = \frac{c}{\lambda} \sim \mathcal{O}(10^{14} - 10^{15}) \text{ Hz} \\ \omega = 2\pi v &\sim 10^{15} \text{ Hz} \end{aligned}$$

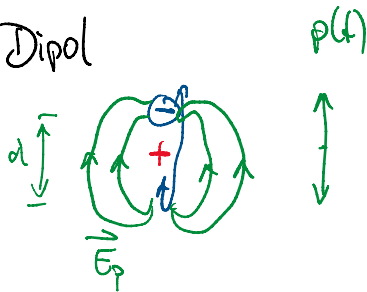
"Reibung" $\gamma = \tau^{-1}$ $\tau \sim 1 - 10 \text{ ns}$

$\Rightarrow \gamma \sim 10^8 \text{ s}^{-1}$ für Atome, Moleküle

\Rightarrow Dipol: $p(t) = e \cdot x(t) \sim \cos(\omega t + \varphi)$

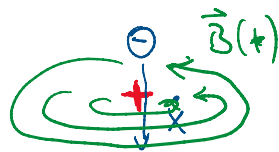
Schwingende Dipol strahlt e.m. Wellen ab

Hertzscher Dipol



$$\vec{E}_p \sim -\vec{p}(t) \sim \left(\frac{r}{d}\right)^3 \text{ Dipolfeld}$$

(vernachlässigbar) Nahfeld



$$\text{Strom } i \sim \dot{x} \sim \dot{p}(t)$$

$$\vec{B}(t) \sim i \sim \dot{p}(t)$$

Maxwell: $|\vec{E}_s(t)| \sim |\vec{B}| \sim |\ddot{p}| \sim \omega^2 |\vec{E}_0|$ Fernfeld

Strahlungsfeld $|\vec{E}_s| \sim \frac{1}{r}$ (Kugelwelle)

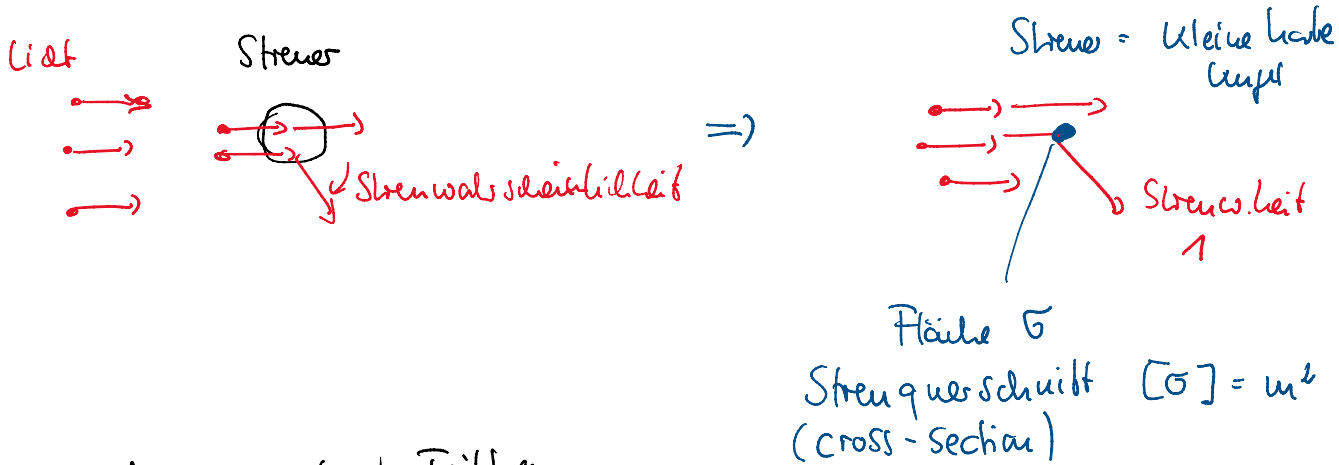
\sim in Phase mit anregendem Feld

kleine Phasenverschiebung aufgrund erzwungener

Schwingung

Streuungswahrscheinlichkeit:

"Realität"



$$\sigma = \frac{\text{Anzahl gestreute Teilchen}}{\text{Zahl einfallender i. / Fläche}}$$

$$= \frac{\text{abgestrahlte (gestreute) Leistung des Dipols}}{\text{Leistung } I_0 / \text{Fläche}} = \frac{\overline{P_s}}{I_0}$$

$$\overline{P_s} \propto (\omega^2 |E_0|)^2 \propto \frac{\omega^4}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2} \cdot \underbrace{\frac{1}{2} c \epsilon_0 |E_0|^2}_{I_0}$$

Dipol $\omega \ll \omega_0$

$$\sigma(\omega) = \frac{e^4}{6\pi \epsilon_0^2 c^4 m_e^2} \frac{\omega^4}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2} \stackrel{\omega \ll \omega_0}{\approx} \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^4$$

Rayleigh Streuquerschnitt

Intensität I_0 : $dI = -I \cdot d\Lambda = -I \cdot \underbrace{\sigma}_{\text{Streuungswahrscheinlichkeit auf Weg } d\Lambda} \underbrace{d\Lambda}_{\text{Dicke des Streuer}}$

$$I(e) = I_0 e^{-e/\Lambda}$$

$$\Lambda = \frac{1}{\sigma}$$

Streulänge
mittlere freie Weglänge

Faktor: Luft $\sigma(\text{Luft}) = 1.7 \times 10^{-30} \text{ m}^2$ (Molekül $\sim 10^{-18} \text{ m}^2$)

Zahlen: Luft $\sigma(600\text{nm}) = 1.7 \times 10^{-30} \text{ m}^2$ (Molekül $\sim 10^{-18} \text{ m}^2$)
 blau-vio $\sigma(400\text{nm}) = 8.6 \times 10^{-30} \text{ m}^2$
 Resonanz $\omega_0 \sim 240 \text{ nm}$

$\Rightarrow \Delta_{600\text{nm}}$ in Luft $\sim 21 \text{ km}$
 $\Delta_{400\text{nm}} \sim 4 \text{ km}$

Isotropes Medium hoher Dichte:

alles Licht gestreut \Rightarrow Propagation durch wiederholte Streuung

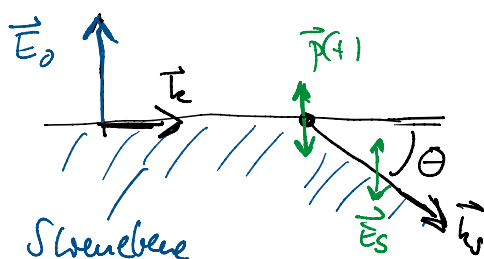
\Rightarrow Huygens \Rightarrow alle gestreuten Wellen in Phase
 destruktive Interferenz $\perp \vec{k}$

\Rightarrow verzögert aufgrund φ der ertw. Schwingung

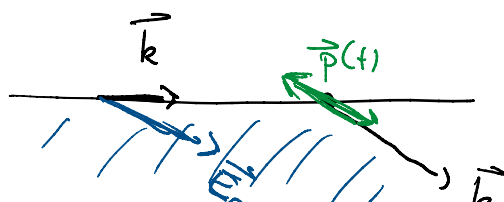
\Rightarrow Brechungsindex $n = 1 + \frac{Ne^2}{2\epsilon_0 m_e [(\omega_0^2 - \omega^2) + i\omega\gamma]}$ $= n(\omega)$
 Dispersion

Polarisation:

Polarisation über Projektion:



$\vec{E}_s \sim \vec{E}_0$
 unabh. von Streuwinkel θ
 S-Polarisation
 ("senkrecht" auf Streuebene)



P-Polarisation
 ("parallel")



van θ se

$$\vec{E}_s \sim \vec{E}_0 \cos \theta$$

