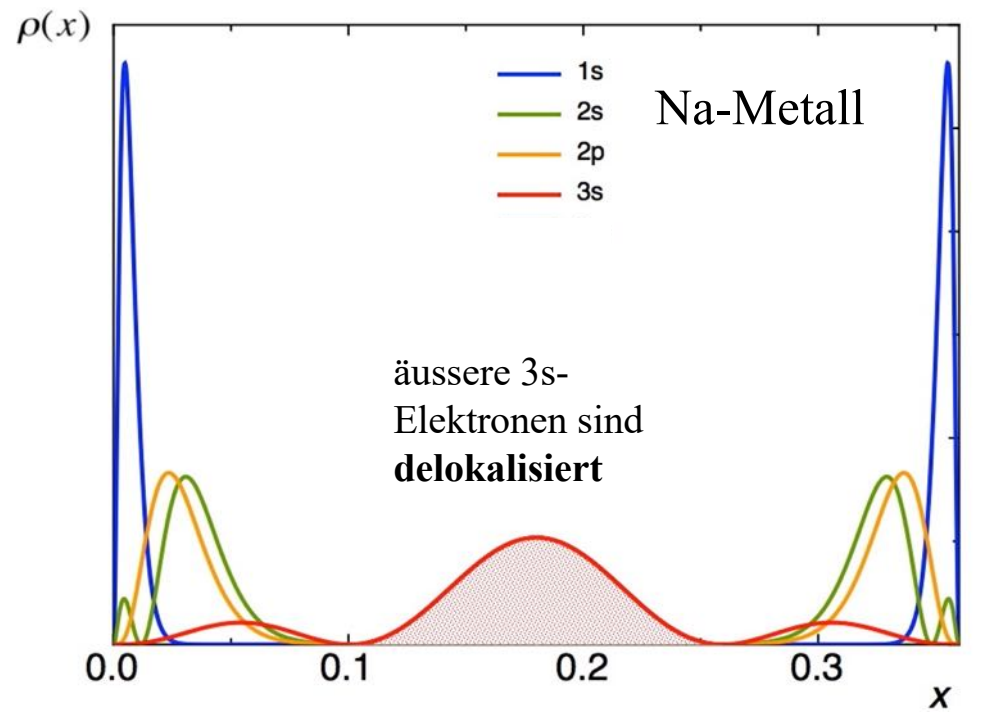
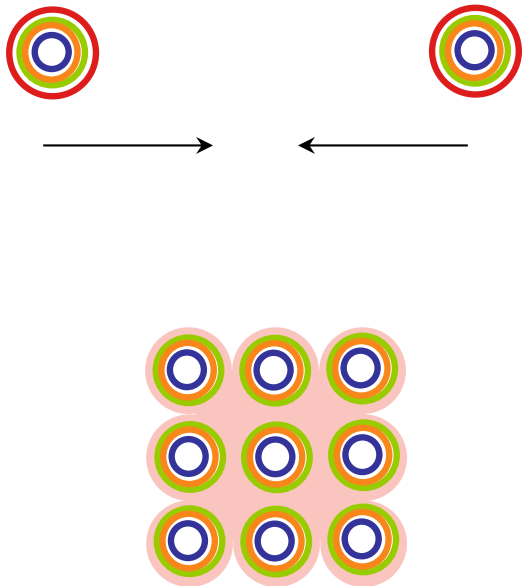
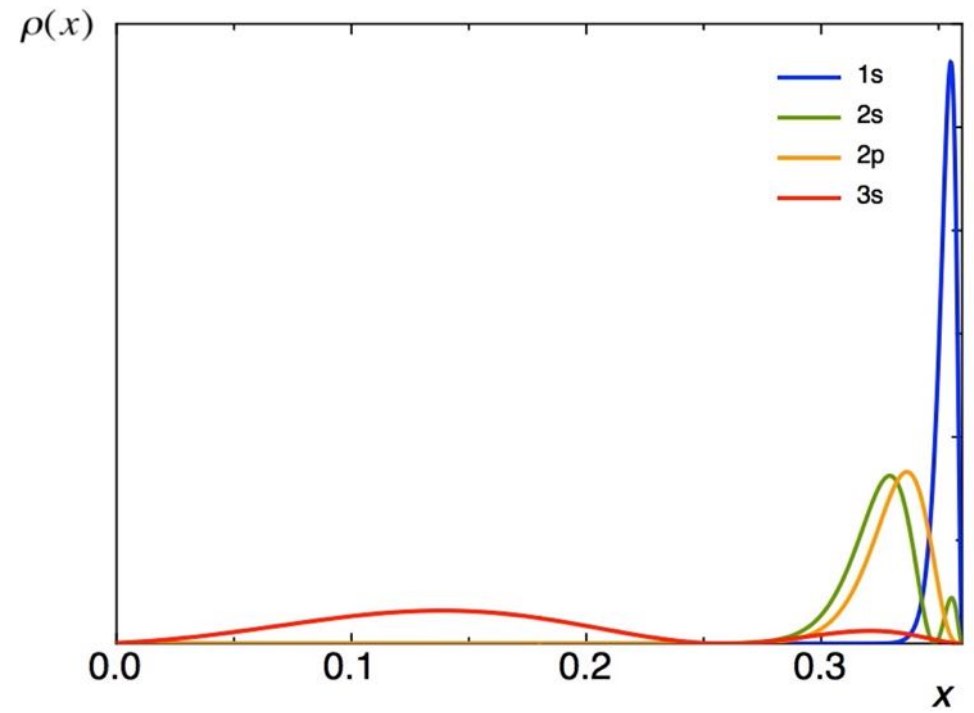
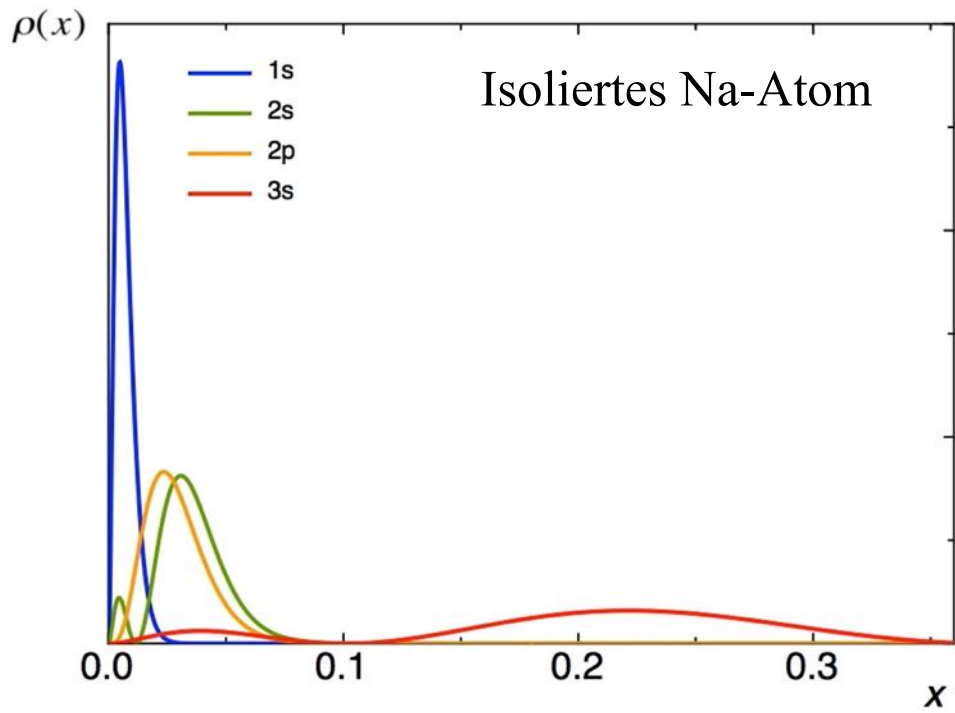
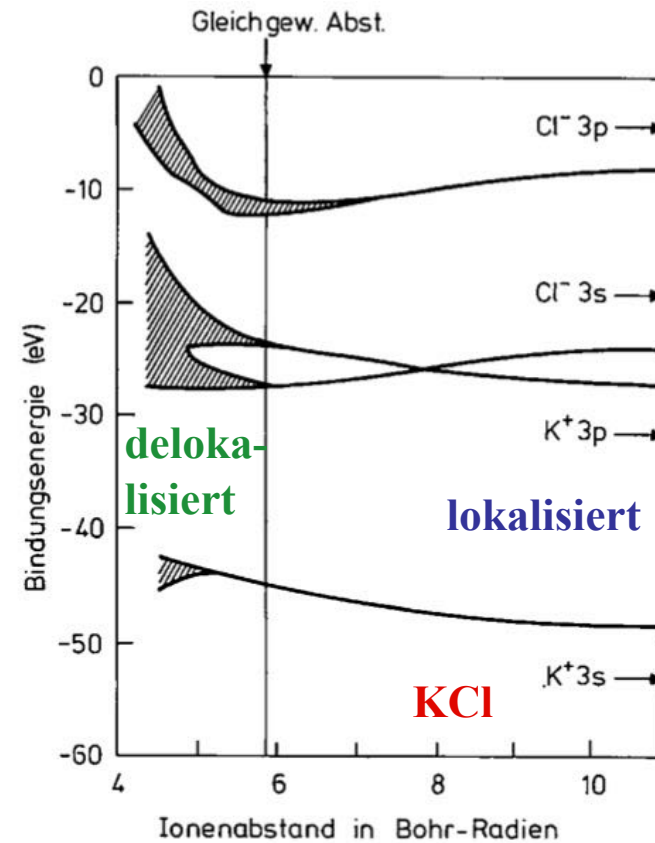
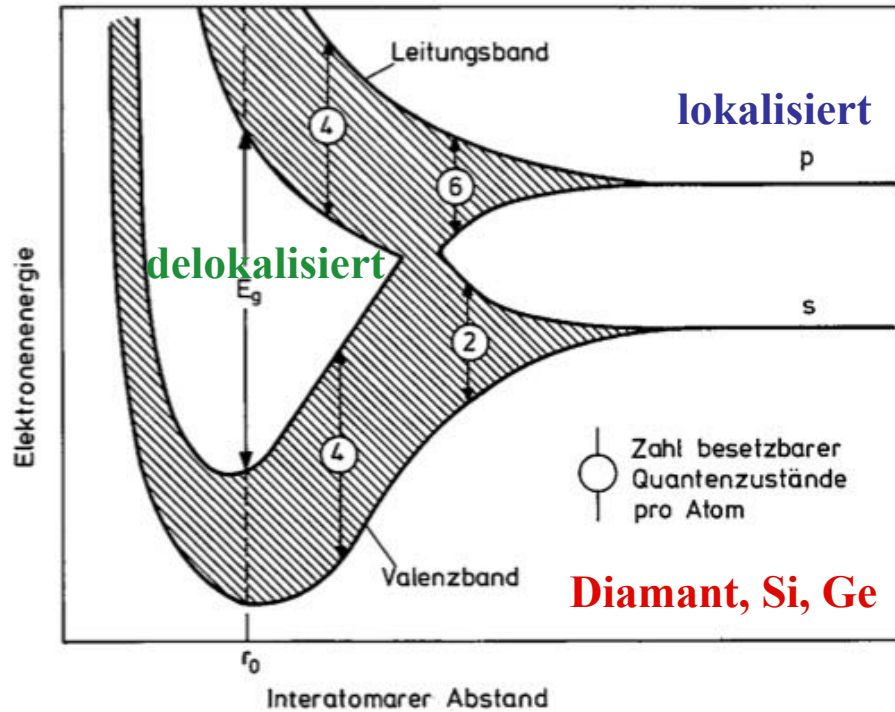




## VII. Metalle, Halbleiter und Isolatoren



Übergang von vielen weit entfernten Atomen mit lokalisierten Elektronenzuständen zu einem Festkörper mit delokalisierten Elektronen in Energiebändern



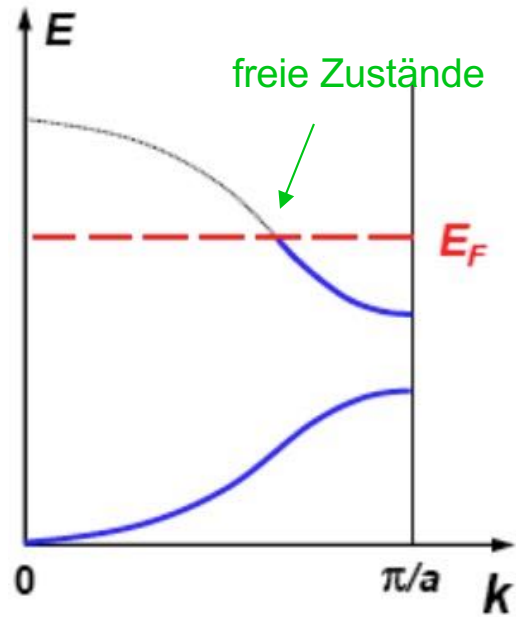
### Metalle:

Beispiel: Wasserstoff-"Metall":

Übergang vom Isolator zum Metall erwartet, sobald Gitterkonstante  $a \leq 4.5r_{\text{Bohr}}$ ,  
 = Mott'scher Metall-Isolator Übergang.

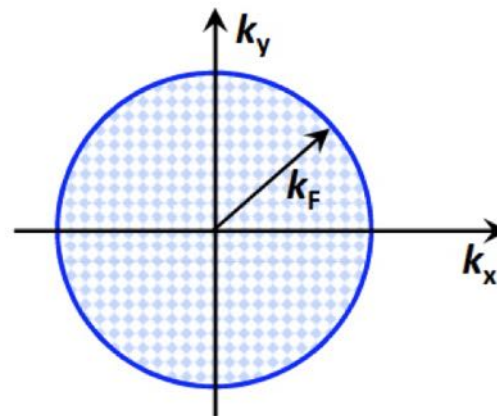
$$T = 0$$

Metall:

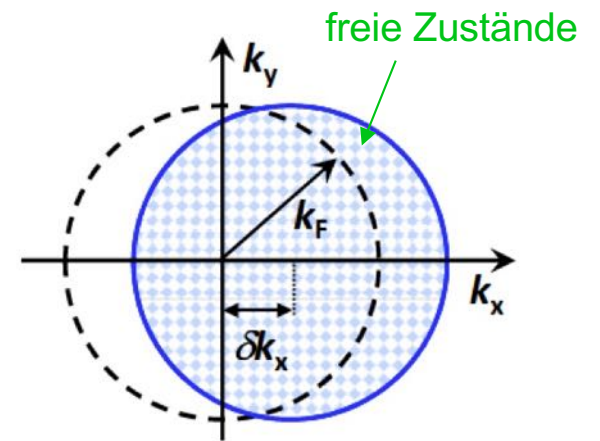


Fermi-Kugel im elektrischen Feld

$$\vec{E} = 0$$

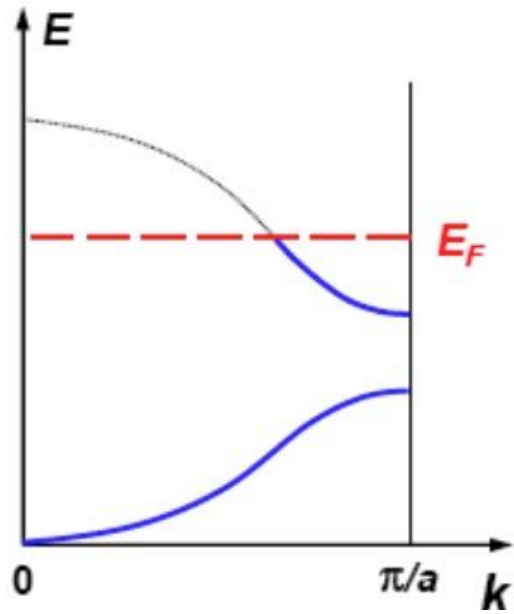


$$\vec{E} \neq 0$$

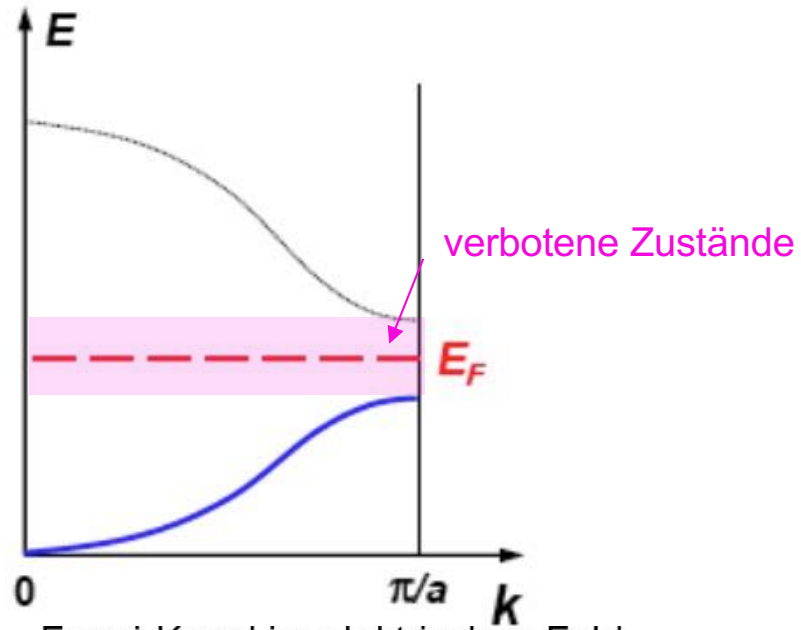


$T = 0$

Metall:

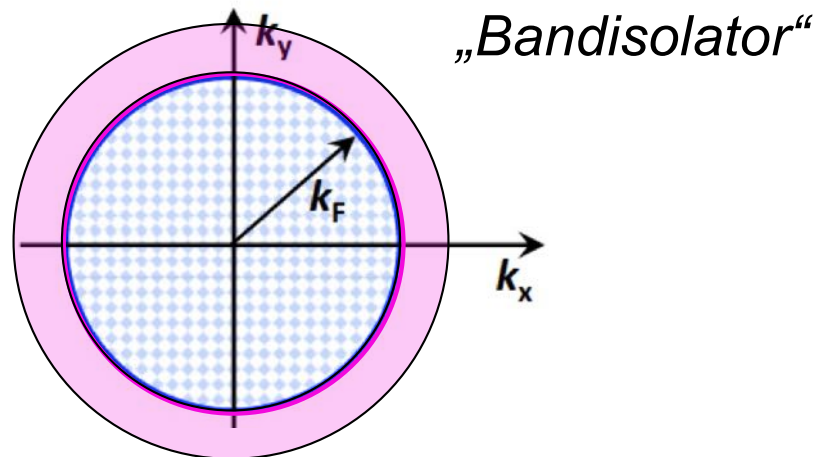


Isolator/Halbleiter:



Fermi-Kugel im elektrischen Feld

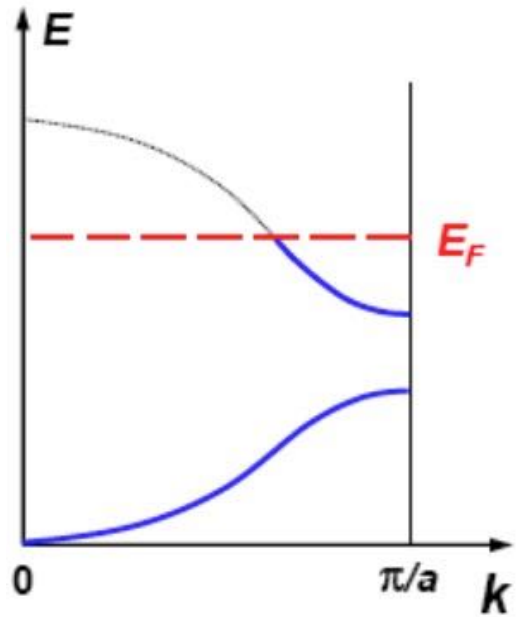
$$\vec{E} = 0 \quad \vec{E} \neq 0$$



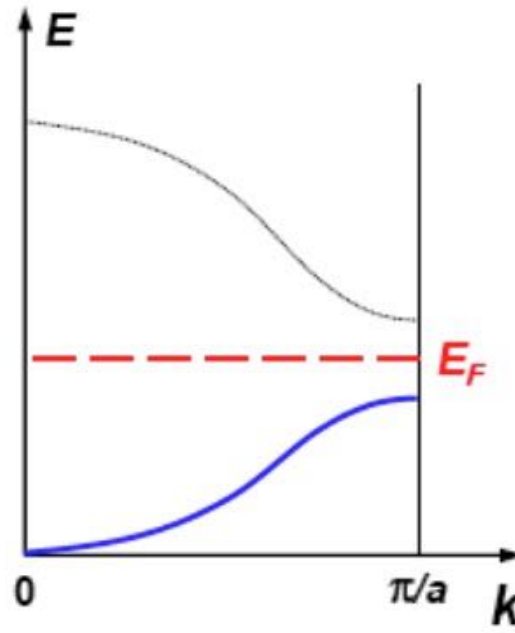


$T = 0$

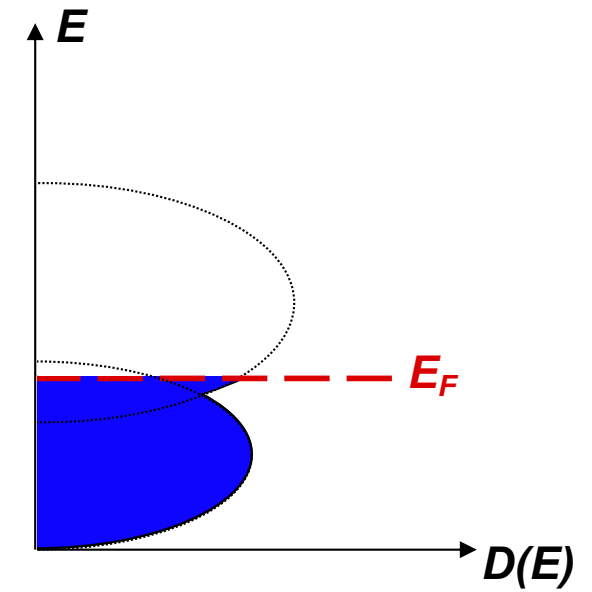
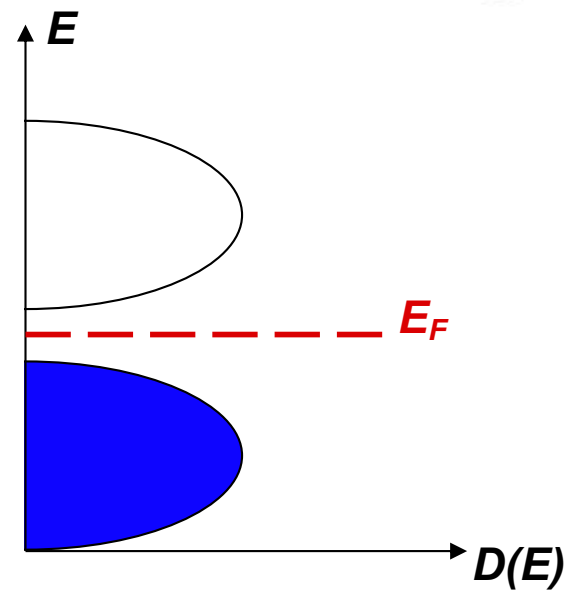
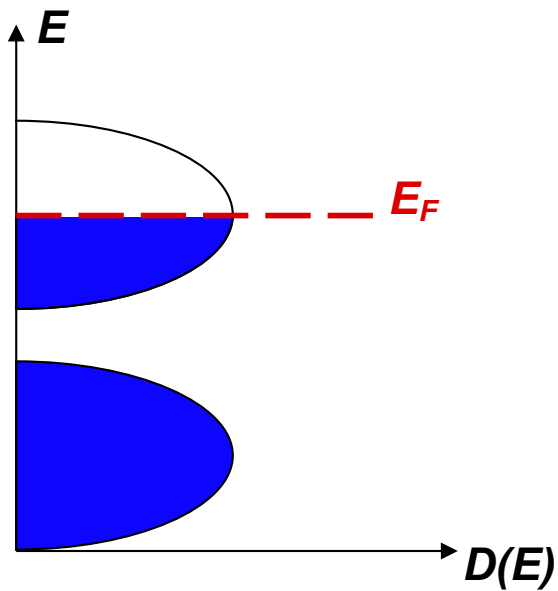
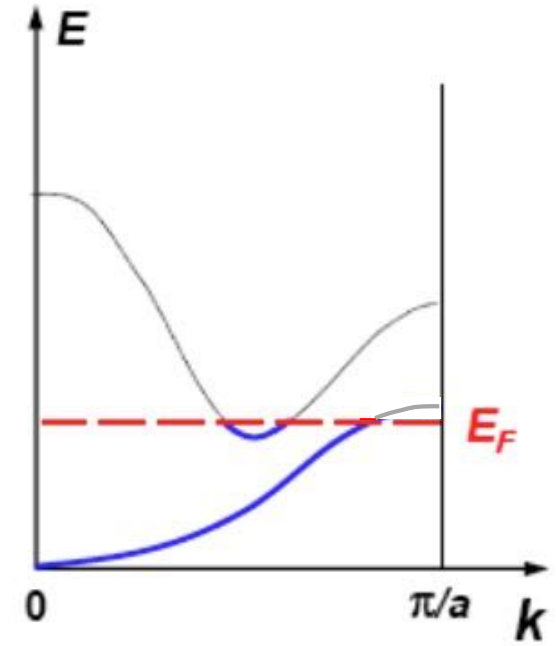
Metall:

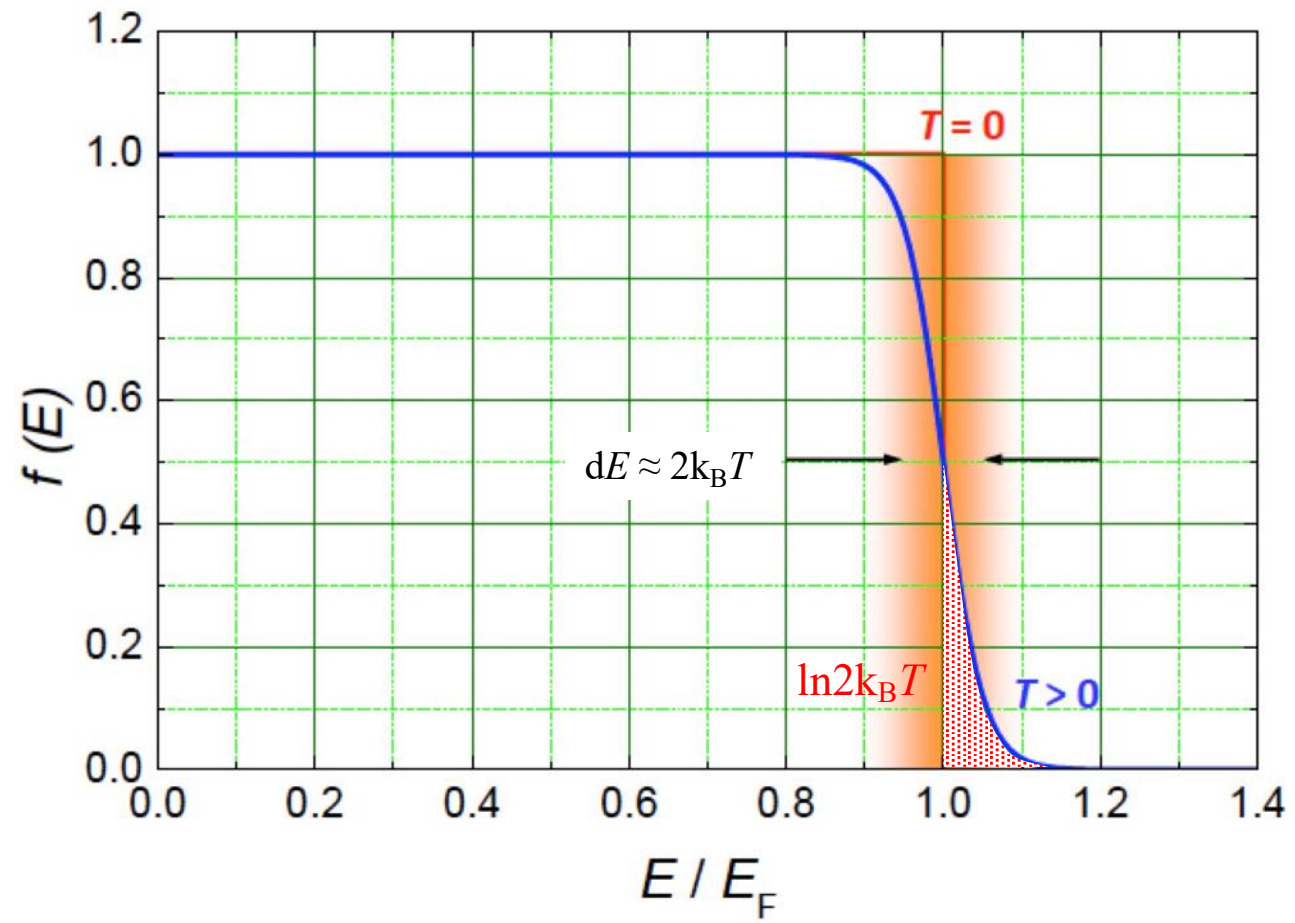


Isolator/Halbleiter:



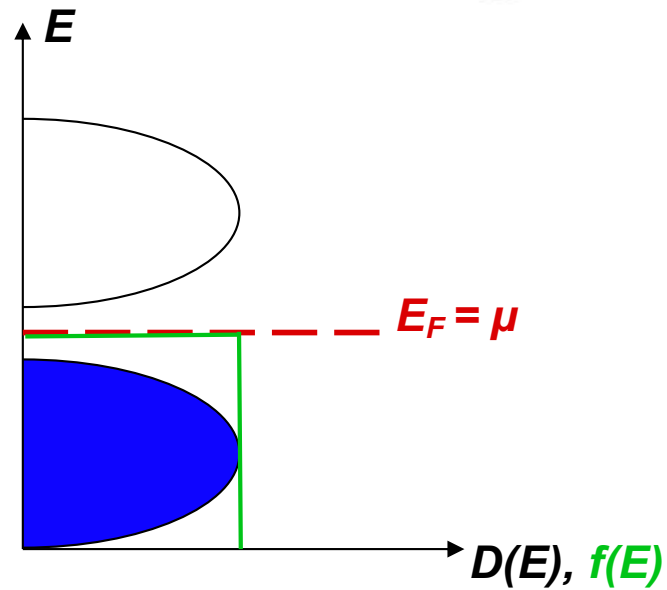
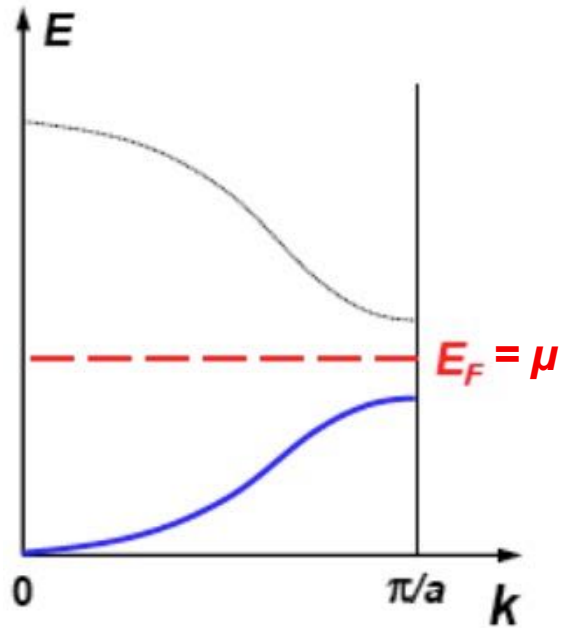
Bandüberlappung



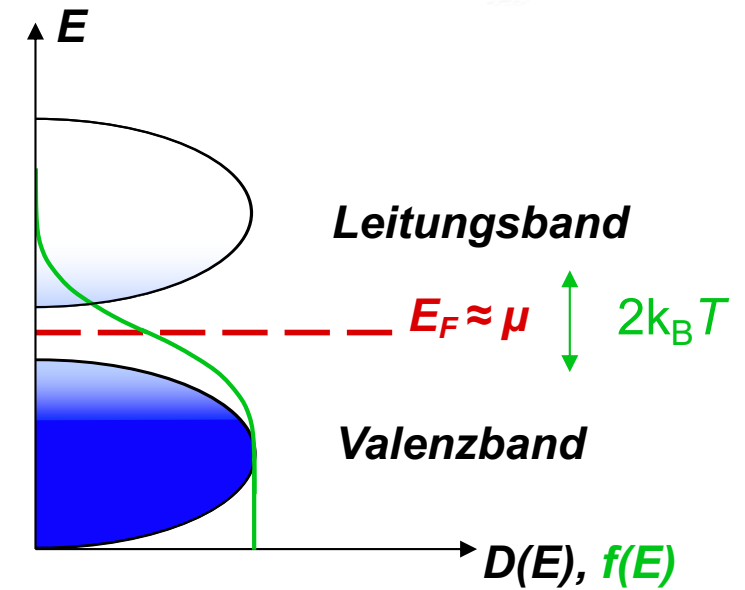
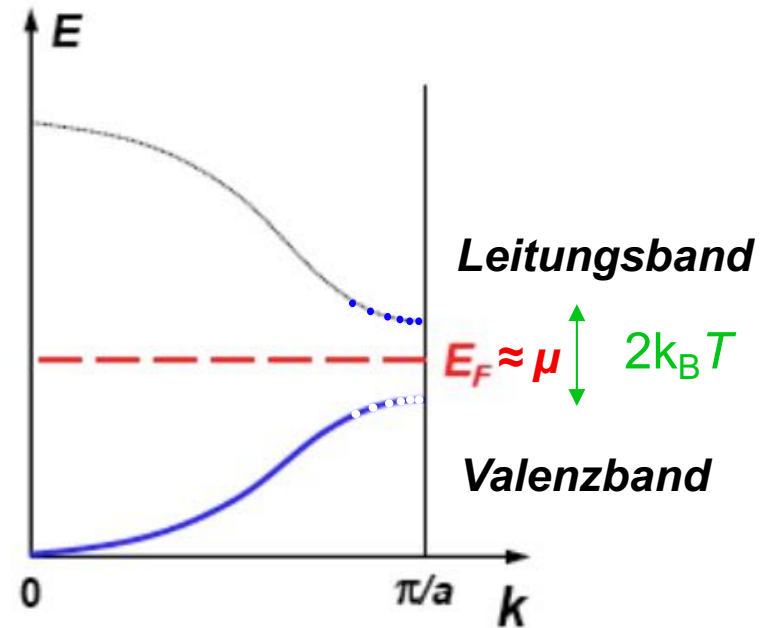


$$T = 0$$

Isolator/Halbleiter:

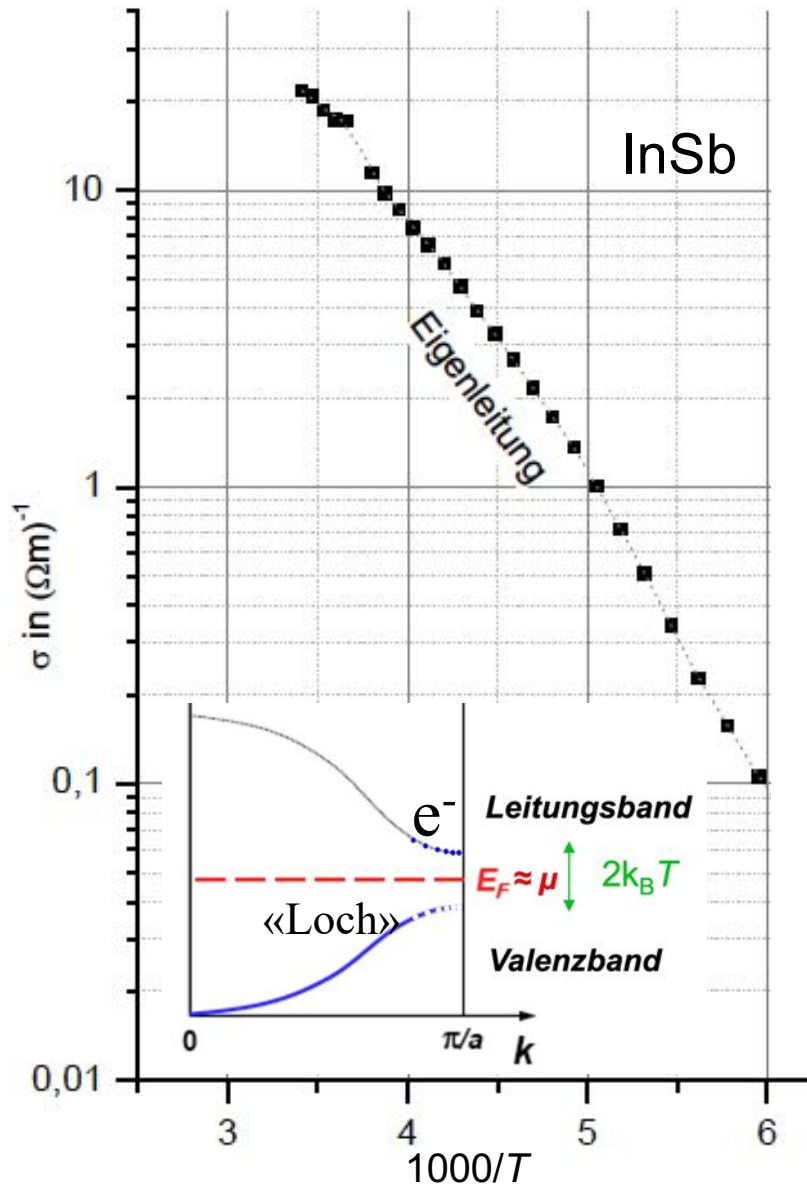


$$T > 0$$





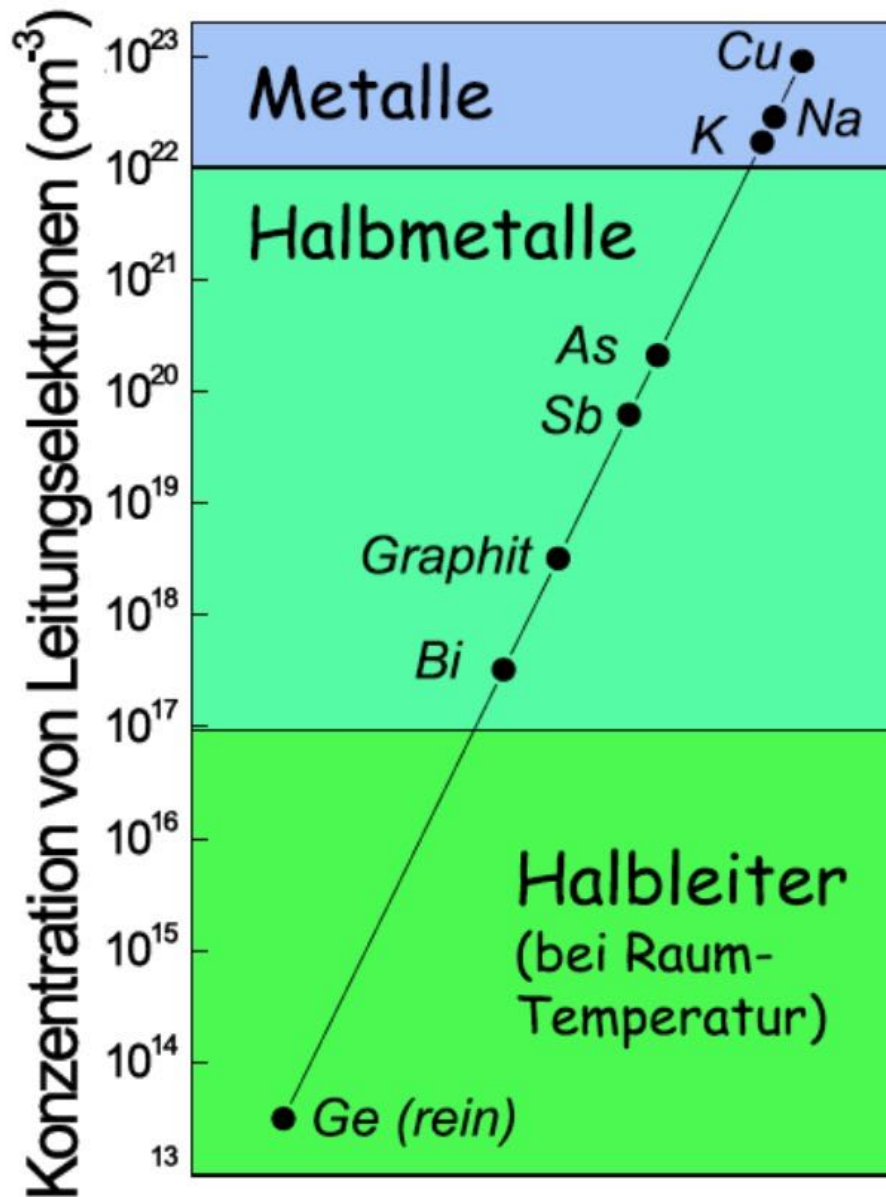
# Mechanismus der Eigenleitung in Halbleitern:



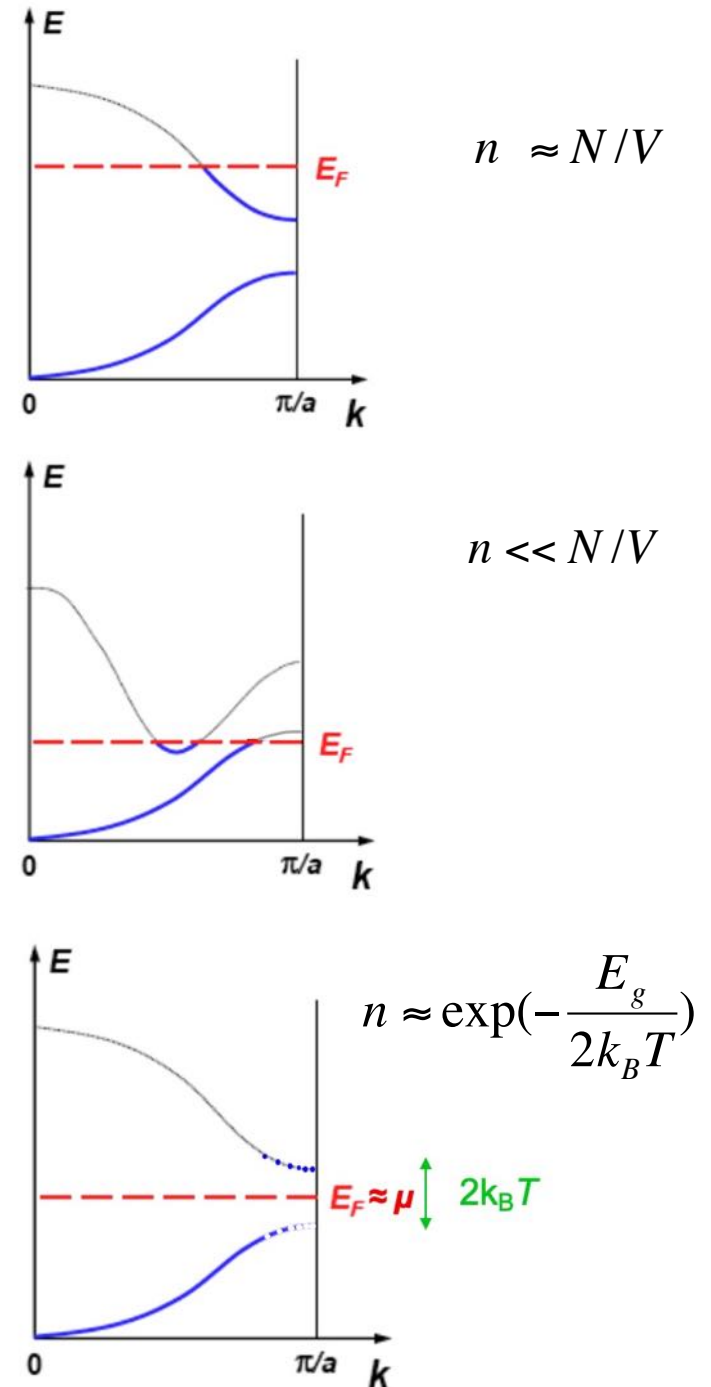
Halbleiter	$E_g(0\text{ K})$ (eV)	$E_g(300\text{ K})$ (eV)
Si	1.17	1.12
Ge	0.75	0.67
GaAs	1.52	1.43
InSb	0.24	0.18
InAs	0.43	0.35
InP	1.42	1.35
ZnO	3.44	3.2
ZnS	3.91	3.6
CdS	2.58	2.42
CdTe	1.61	1.45

$$\sigma = \frac{ne^2\tau_{e^-}}{m_c^*} + \frac{pe^2\tau_{Loch}}{m_v^*} \propto T^\alpha \exp\left(-\frac{E_c - E_v}{2k_B T}\right)$$

Zwei Arten von Ladungsträgern



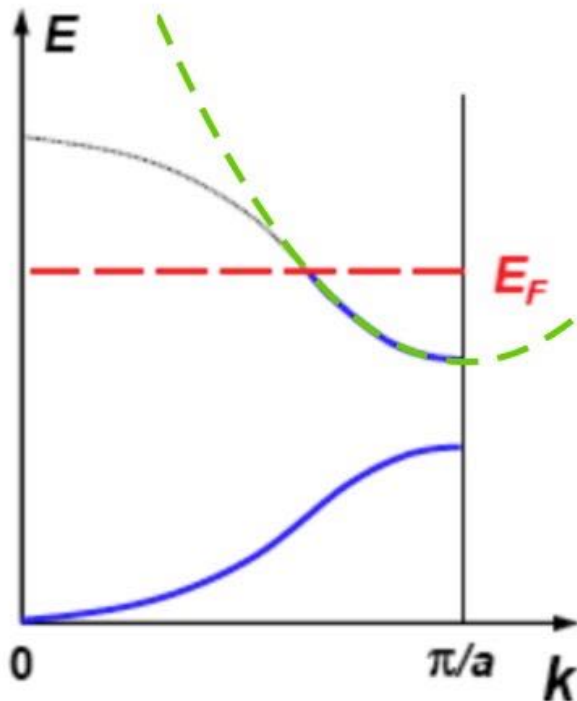
Ladungsträgerkonzentration:  
Halbleiter, Halbmetalle, Metalle



Effektive Masse:  $\vec{F} = m_e \dot{\vec{v}} = -e\vec{E} - \vec{\nabla}V(\vec{r})$

$$\vec{F} = m^* \dot{\vec{v}} = -e\vec{E} = q\vec{E}$$

Metall:



Angepasste Parabel mit gleicher Krümmung wie  $E(k)$  bei  $E_F$

$$E(k) = \frac{\hbar^2(k - k_0)^2}{2m^*} + E_0$$

Effektive Masse:

$$\frac{1}{m^*} := \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 E(k)}{\partial k^2} \Big|_{E=E_F}$$

$$\left( \frac{1}{m_{uv}} \right)^* := \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 E(\vec{k})}{\partial k_u \partial k_v} \Big|_{E=E_F}$$

3D:  
richtungsabhängiger  
Tensor

Effektive Masse  $m^*$ : träge Masse! (schwere Masse bleibt unverändert!!)

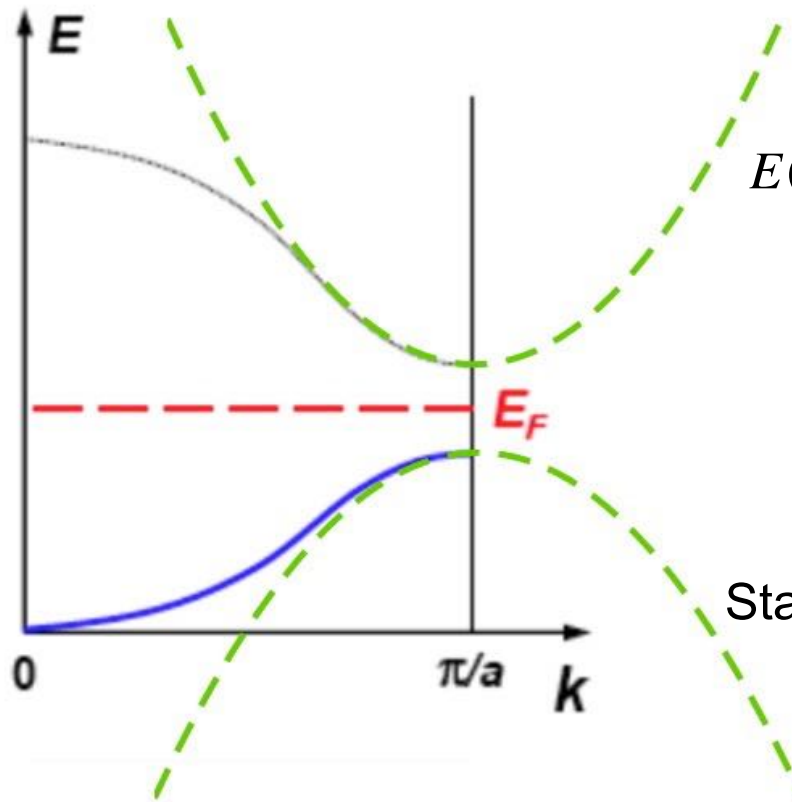
Beitrag des Elektronengases zur spezifischen Wärme:

<b>Metall</b>	$\gamma_{\text{exp}}$ ( $10^{-3}$ J / mol K <sup>2</sup> )	$\gamma_{\text{theor}}$ ( $10^{-3}$ J / mol K <sup>2</sup> )	$\gamma_{\text{exp}}/\gamma_{\text{theor}}$
Li	1.63	0.749	2.18
Na	1.38	1.094	1.26
K	2.08	1.668	1.25
Rb	2.41	1.911	1.26
Cs	3.20	2.238	1.43
Fe	4.98	0.498	10
Co	4.98	0.483	10.3
Ni	7.02	0.458	15.3
Cu	0.695	0.505	1.38
Ag	0.646	0.645	1.00
Au	0.729	0.642	1.14
Sn	1.78	1.41	1.26
Pb	2.98	1.509	1.97

Effektive Masse:

$$\vec{F} = m^* \dot{\vec{v}} = -e\vec{E} = q\vec{E}$$

Isolator/Halbleiter:



Angepasste Parabel mit gleicher Krümmung wie  $E(k)$  bei  $E_F$

$$E(k) = \frac{\hbar^2 (k - k_0)^2}{2m^*} + E_0$$

Effektive Masse:

$$\frac{1}{m^*} \doteq \frac{1}{\hbar^2} \left. \frac{\partial^2 E(k)}{\partial k^2} \right|_{E=E_F}$$

Statt  $m^* < 0$  :  $q > 0$  ("Löcher")

Hall Effekt im Magnetfeld:

METAL	VALENCE	$-1/R_H n_e$
Li	1	0.8
Na	1	1.2
K	1	1.1
Rb	1	1.0
Cs	1	0.9
Cu	1	1.5
Ag	1	1.3
Au	1	1.5
Be	2	-0.2
Mg	2	-0.4
In	3	-0.3
Al	3	-0.3

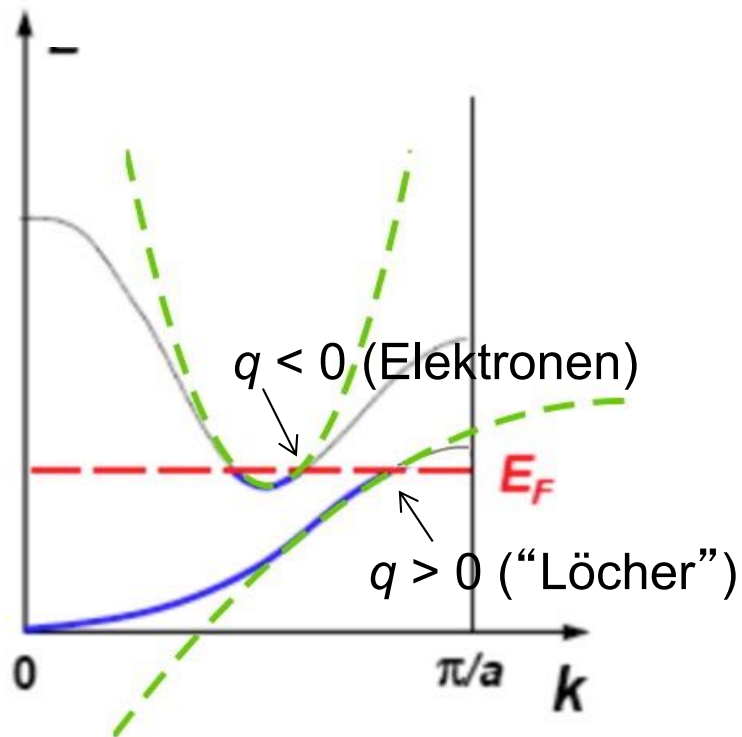
$$R_H = \frac{E_y}{j_x B_z} = -\frac{1}{|e|n_e}$$



Effektive Masse:

$$\vec{F} = m^* \dot{\vec{v}} = -e\vec{E} = q\vec{E}$$

Bandüberlappung



Angepasste Parabel mit gleicher Kr\u00fcmmung wie  $E(k)$  bei  $E_F$

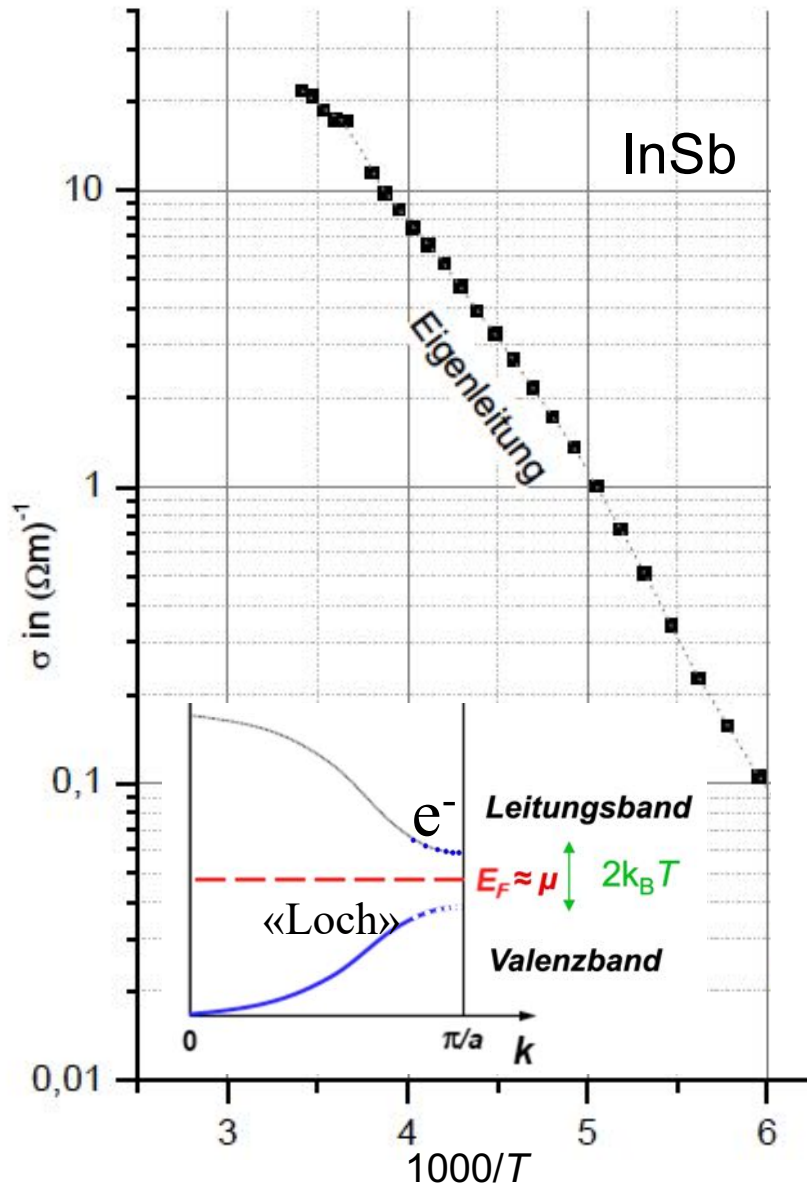
$$E(k) = \frac{\hbar^2 (k - k_0)^2}{2m^*} + E_0$$

Effektive Masse:

$$\frac{1}{m^*} := \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 E(k)}{\partial k^2} \Big|_{E=E_F}$$

Zwei Arten von Ladungstr\u00e4gern mit verschiedenen effektiven Massen

# Mechanismus der Eigenleitung in Halbleitern:

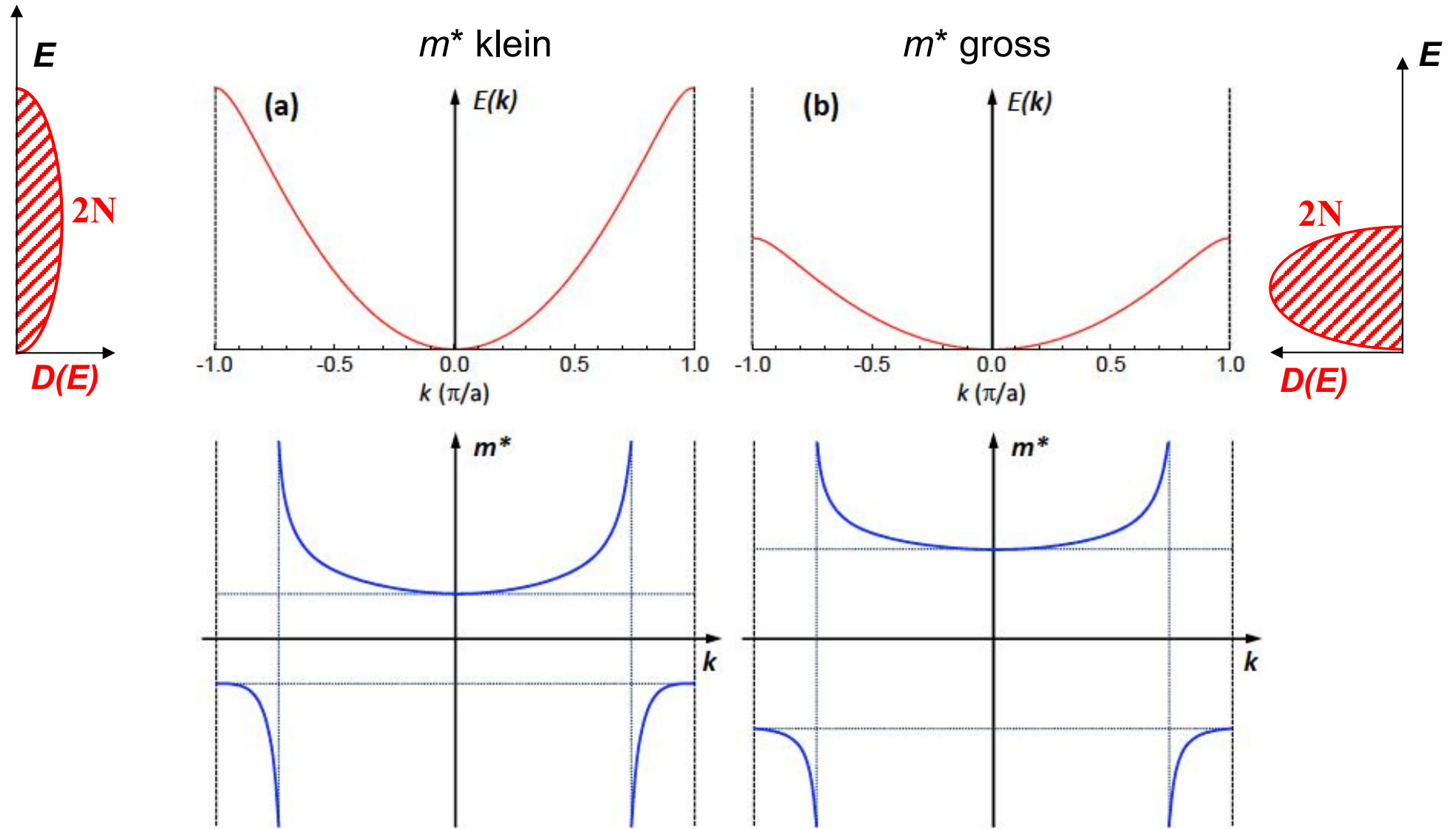


Halbleiter	$E_g(0\text{ K})$ (eV)	$E_g(300\text{ K})$ (eV)
Si	1.17	1.12
Ge	0.75	0.67
GaAs	1.52	1.43
InSb	0.24	0.18
InAs	0.43	0.35
InP	1.42	1.35
ZnO	3.44	3.2
ZnS	3.91	3.6
CdS	2.58	2.42
CdTe	1.61	1.45

$$\sigma = \frac{ne^2\tau_{e^-}}{m_c^*} + \frac{pe^2\tau_{Loch}}{m_v^*} \propto T^\alpha \exp\left(-\frac{E_c - E_v}{2k_B T}\right)$$

Zwei Arten von Ladungsträgern

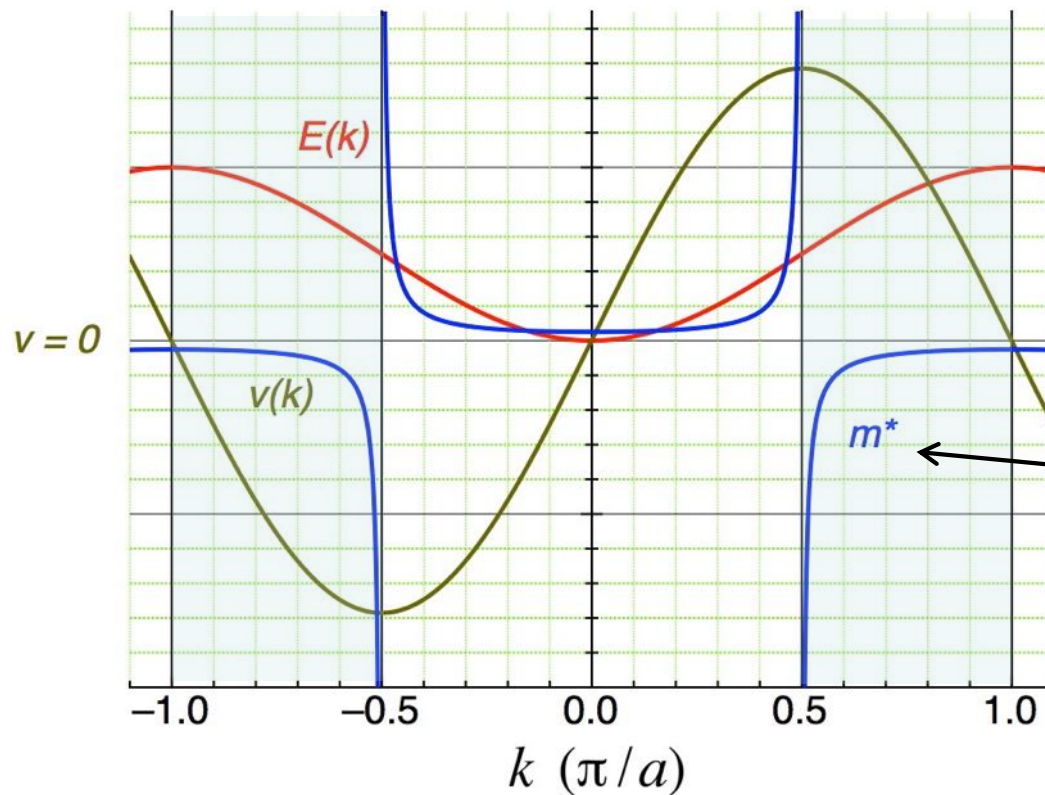
# Effektive Masse:



Schematischer Verlauf der Bandstruktur (oben) und der effektiven Masse (unten): (a) eine starke Bandkrümmung resultiert in einer kleinen effektiven Masse. (b) eine schwache Bandkrümmung resultiert in einer großen effektiven Masse.

## Effektive Masse und Löcher:

$$\vec{F} = m^* \dot{\vec{v}} = -e\vec{E} = q\vec{E}$$



Effektive Masse:

$$\frac{1}{m^*} := \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 E(k)}{\partial k^2}$$

$$v = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E}{\partial k}$$

Im elektrischen Feld:

$$k(t) = k(0) + qEt/\hbar$$

führt bei  $m^* < 0$  zu einer *Verlangsamung* der Elektronen, obwohl  $k$  und  $E(k)$  zunehmen!

Wie Ladungen mit  $q > 0$  und  $m^* > 0$ : „**Löcher**“

## Effektive Masse und Löcher:

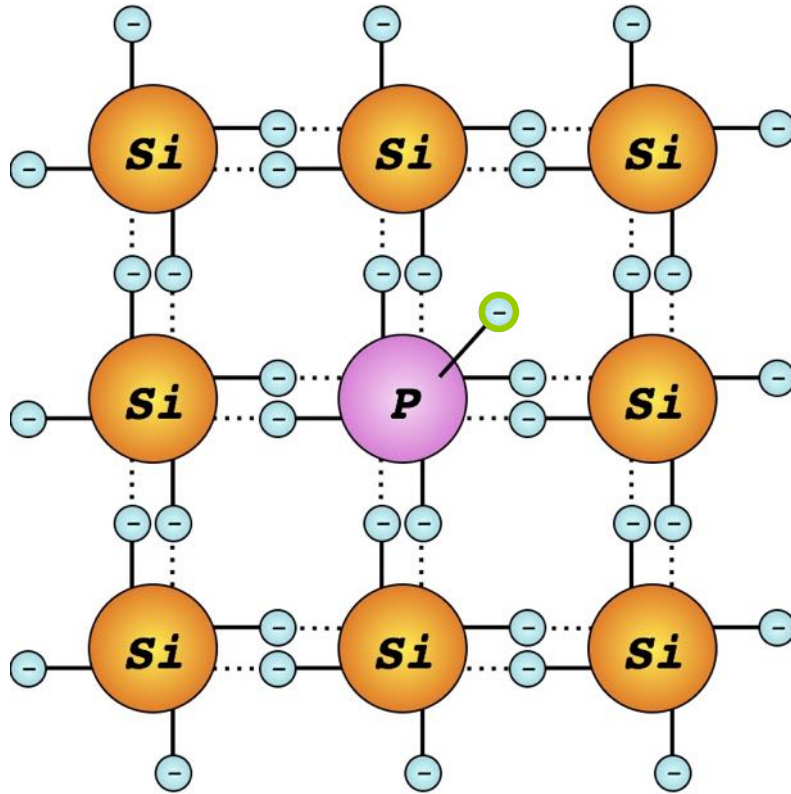
$$m^*/m_e$$

**Metalle:** meist  $\approx 1$  (je nach Messmethode und Richtung)  
und meist Elektronartig

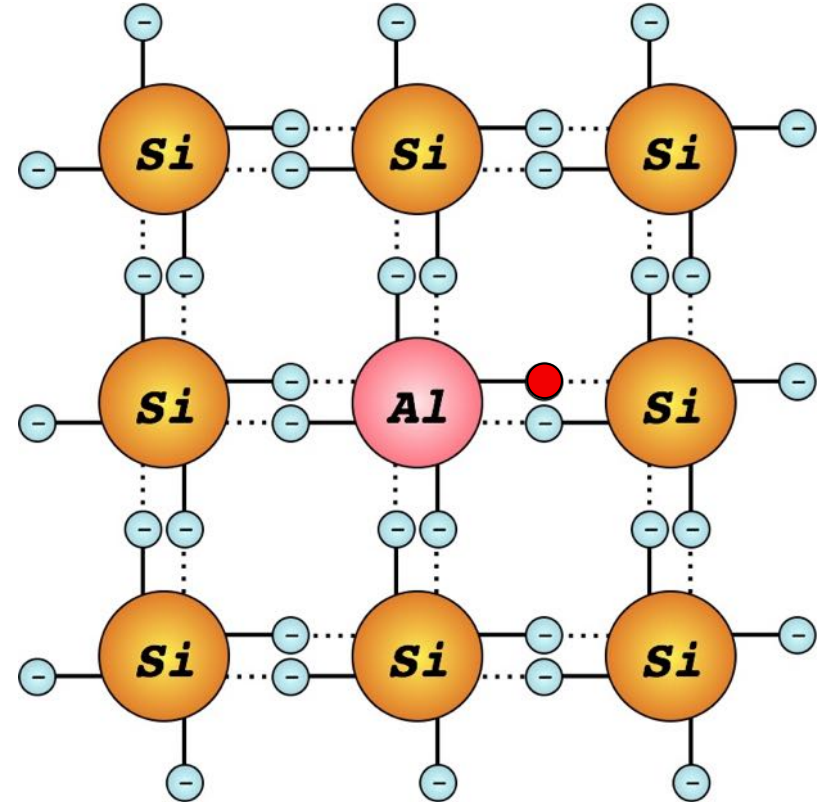
**“Schwere Fermionen-Systeme”:** bis zu 1000

**Halbleiter:** oft  $< 1$  , Elektron- und Lochartig

# Störstellenleitung: Dotierung mit Fremdatomen



**Donatoren**



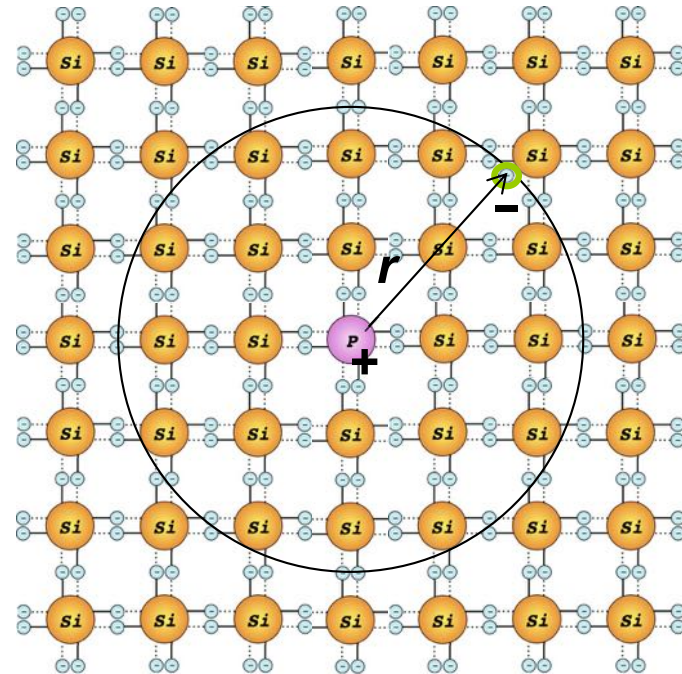
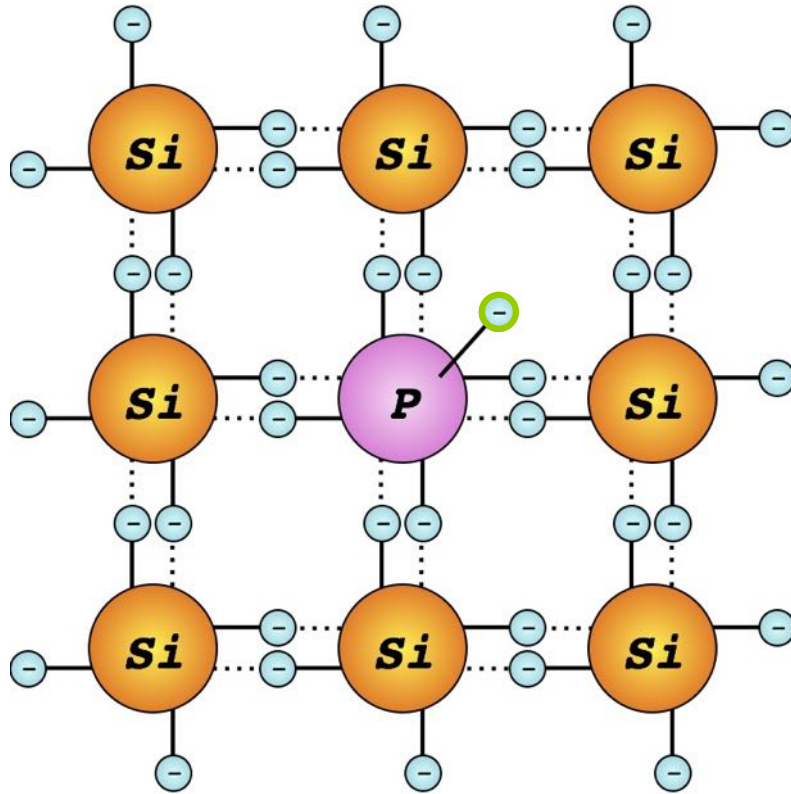
**Akzeptoren**



# Störstellenleitung: Dotierung mit Fremdatomen

Si: [Ne] 3s<sup>2</sup>3p<sup>2</sup>

P: [Ne] 3s<sup>2</sup>3p<sup>3</sup>

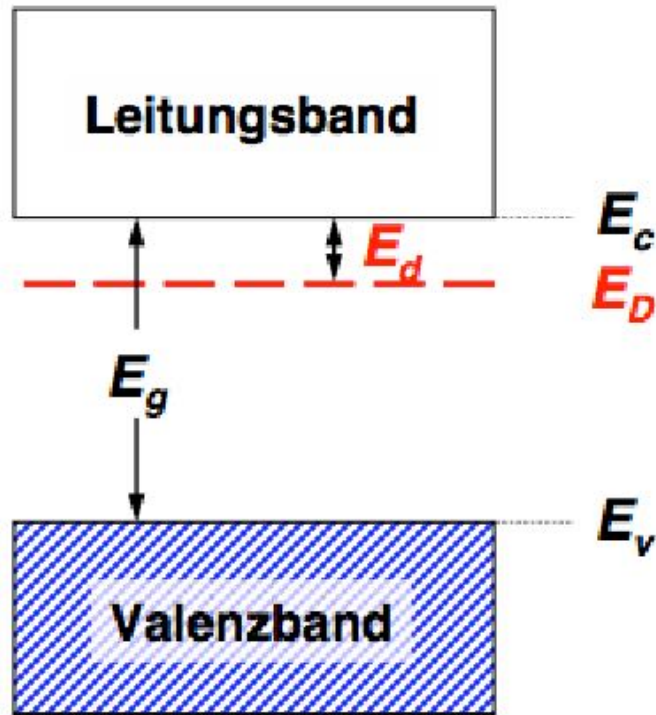


$$V(r) \approx -\frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{1}{r}$$

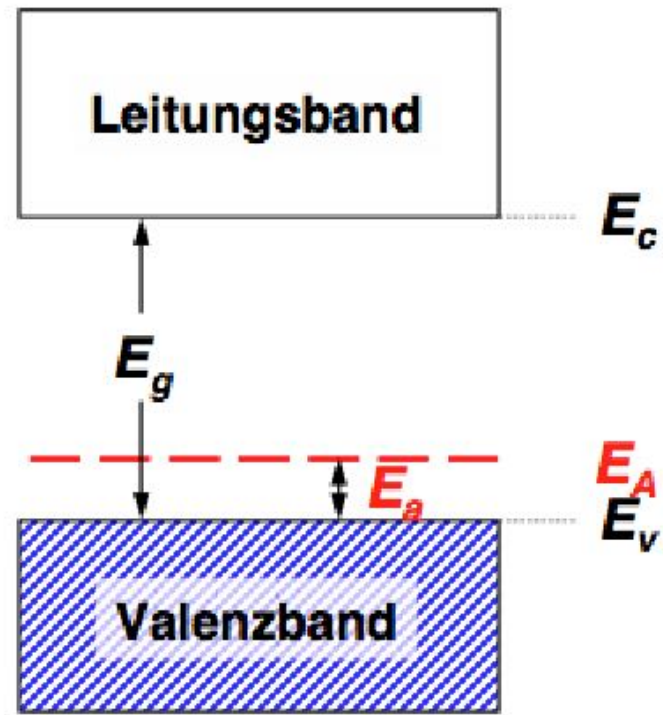
$$r \approx r_{Bohr} \epsilon \frac{m_e}{m^*}$$

$$E_{Ionis.} \approx 1Ry \frac{m^*}{m_e \epsilon^2}$$

# Störstellenleitung: Dotierung mit Fremdatomen



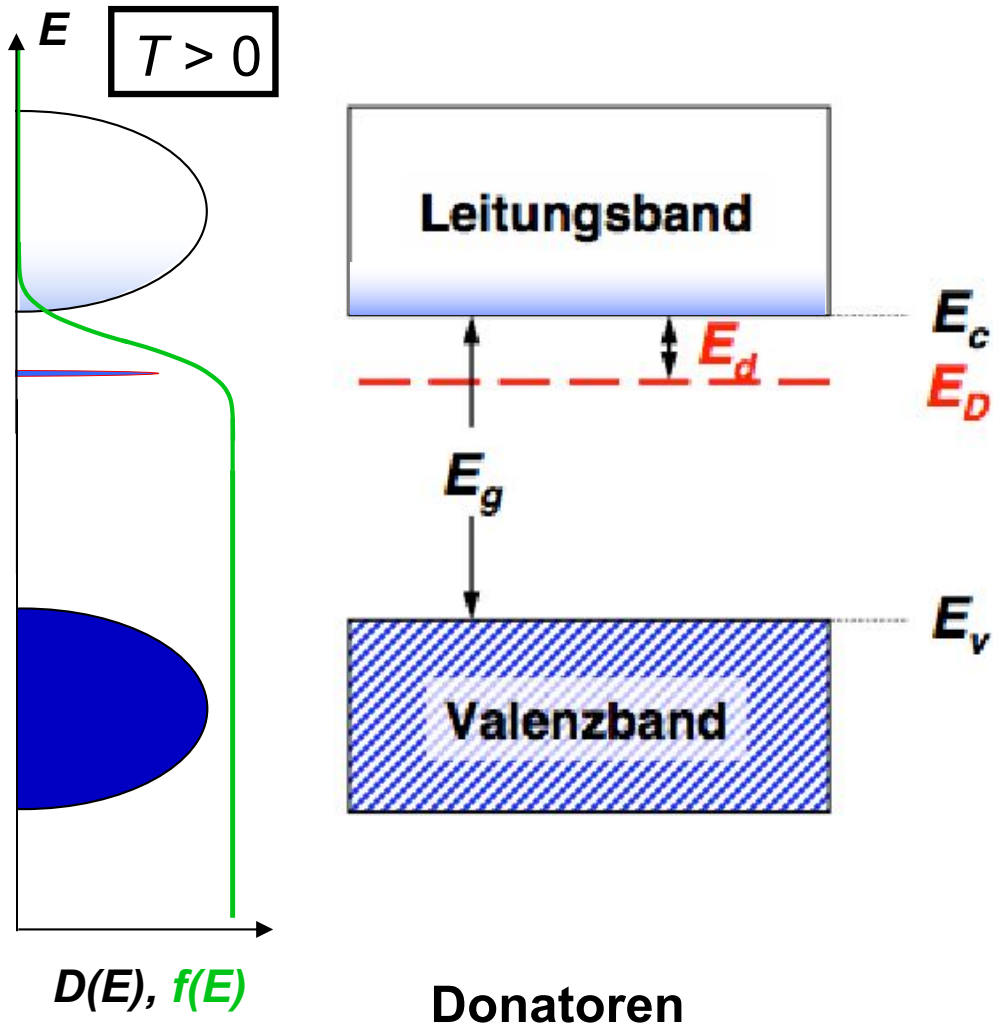
Donatoren



Akzeptoren

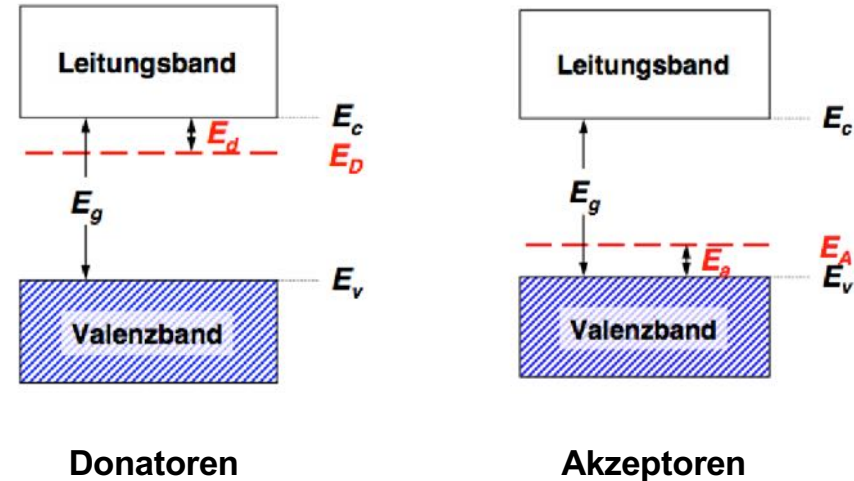
$$E_{\text{Ionis.}} \approx 1Ry \frac{m^*}{m_e \epsilon^2} \quad \text{Si: } \epsilon \approx 12.4$$

# Störstellenleitung: Dotierung mit Fremdatomen



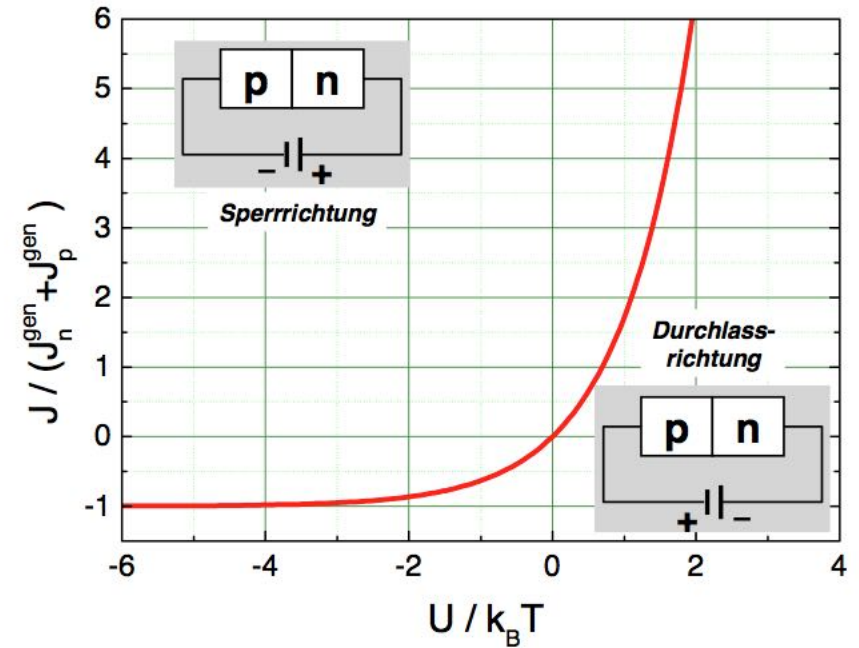
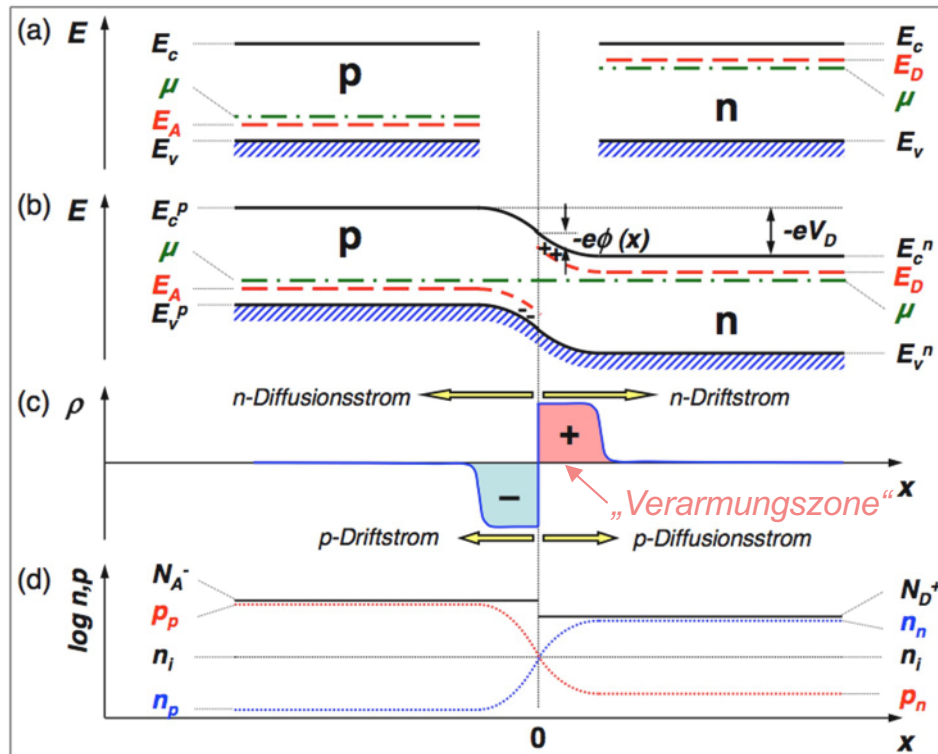
# Störstellenleitung: Dotierung mit Fremdatomen

Symbol	Verhältnisse in Si	Verhältnisse in GaAs
$n^-$		
$p^-$		
n	1 Donator/ $10^7$ Atome	
p	1 Akzeptor/ $10^6$ Atome	
$n^+$	1 Donator/ $10^4$ Atome	1 Donator/ $10^4$ Atome
$p^+$	1 Akzeptor/ $10^4$ Atome	
$n^{++}$		
$p^{++}$		1 Akzeptor/ $10^3$ Atome



Halbleiter	Donatoren			Akzeptoren				
	P	As	Sb	B	Al	Ga	In	
	$E_C - E_D$			$E_A - E_V$				
	(meV)	(meV)	(meV)	(meV)	(meV)	(meV)	(meV)	
Si	45	49	39	45	57	65	16	$E_C - E_V \approx 1,1 \text{ eV}$
Ge	12	12.7	9.6	10.4	10.2	10.8	11.2	$E_C - E_V \approx 0.7 \text{ eV}$

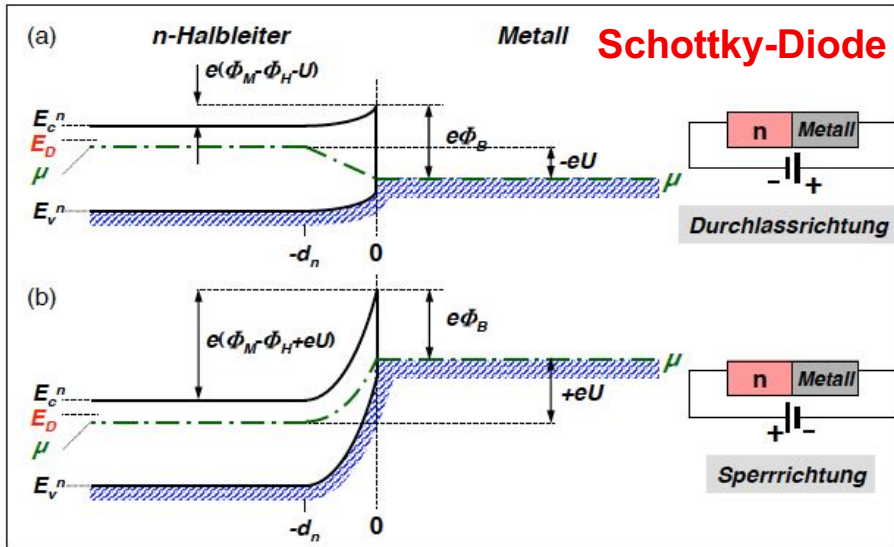
# pn-Übergang:



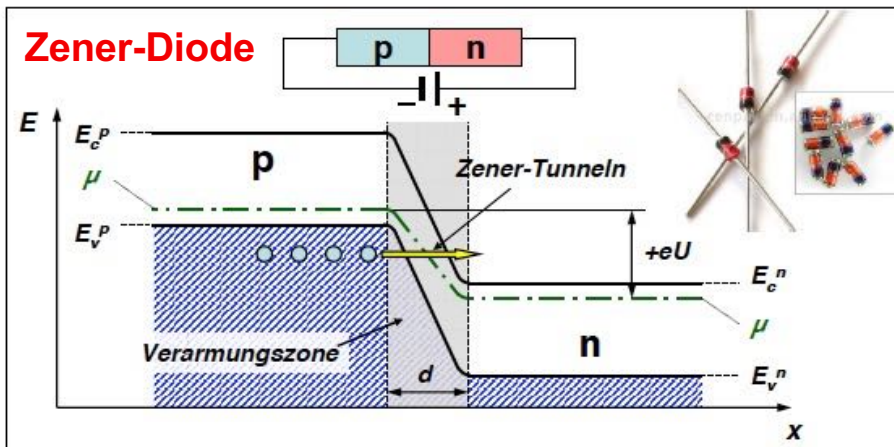
Schematische Darstellung eines  $p$ - $n$  Übergangs im thermischen Gleichgewicht: (a) Bänderschema im  $p$ - und  $n$ -Halbleiter bei völliger Trennung, (b) Bandverlauf im  $p$ - $n$  Übergang im thermischen Gleichgewicht nach Herstellung des Kontakts, (c) Verlauf der Raumladungszone  $\rho(x)$  im Bereich des  $p$ - $n$  Übergangs und (d) qualitativer Verlauf der Konzentration der Donatoren  $N_D^+$  und Akzeptoren  $N_A^-$  sowie der Elektronen im Leitungsband und Löcher im Valenzband. Wir nehmen an, dass alle Donatoren und Akzeptoren ionisiert sind, so dass  $N_D = N_D^+$  und  $N_A = N_A^-$ . Auf der  $n$ -Seite ist  $V_D$  positiv, so dass die potentielle Energie der Elektronen auf der  $n$ -Seite um  $-eV_D$  abgesenkt ist.



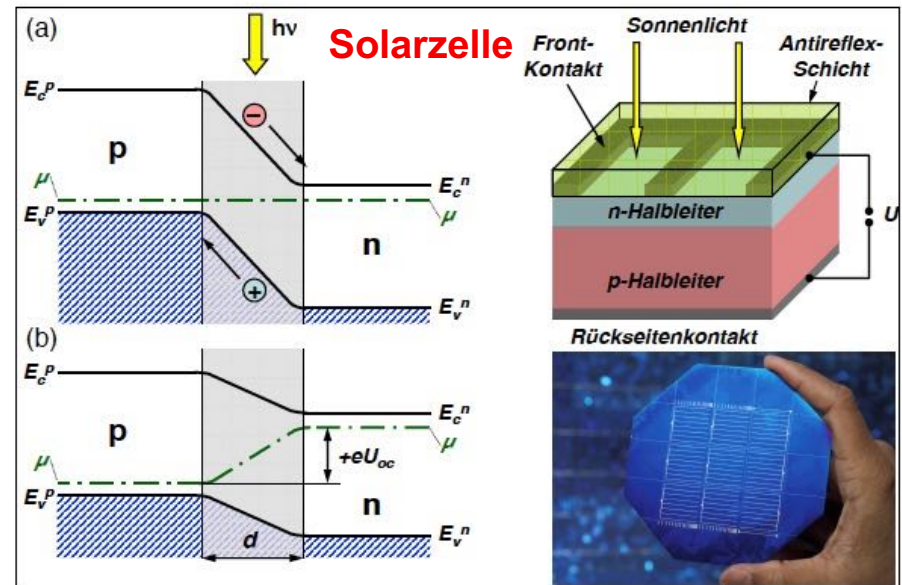
# Beispiele für weitere Halbleiter-Bauteile:



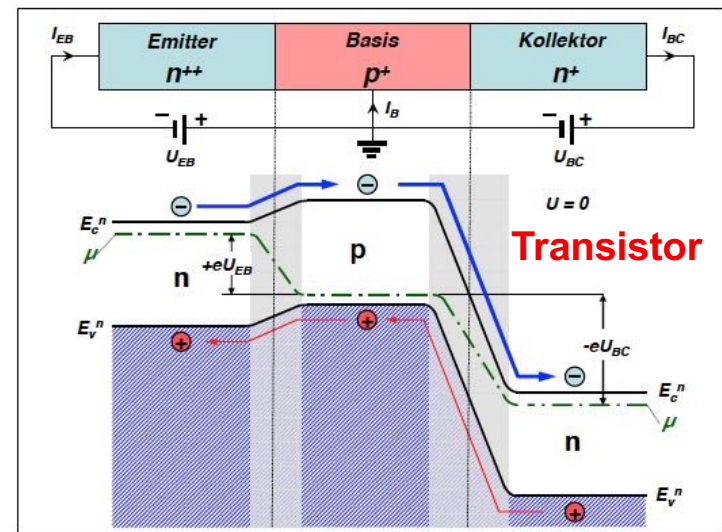
Schematische Darstellung eines Schottky-Kontakts mit angelegter Spannung. Links: Durchlassrichtung, rechts: Sperrrichtung. In Durchlassrichtung ist die Spannung am Metall positiv, so dass die potentielle Energie  $-eU$  der Elektronen auf der Seite des Metalls abgesenkt ist.



Schematischer Bandverlauf bei einer Zener-Diode. Bei genügend hoher Spannung in Sperrrichtung können die Ladungsträger die Verarmungszone durchtunneln, was zu einem starken Anstieg des Sperrstroms führt. Oben links sind Si-Zener-Dioden abgebildet. In Sperrrichtung liegt der Pluspol der Spannungsquelle am  $n$ -Gebiet, so dass dort die potentielle Energie der Elektronen um  $(-e)U$  abgesenkt wird.



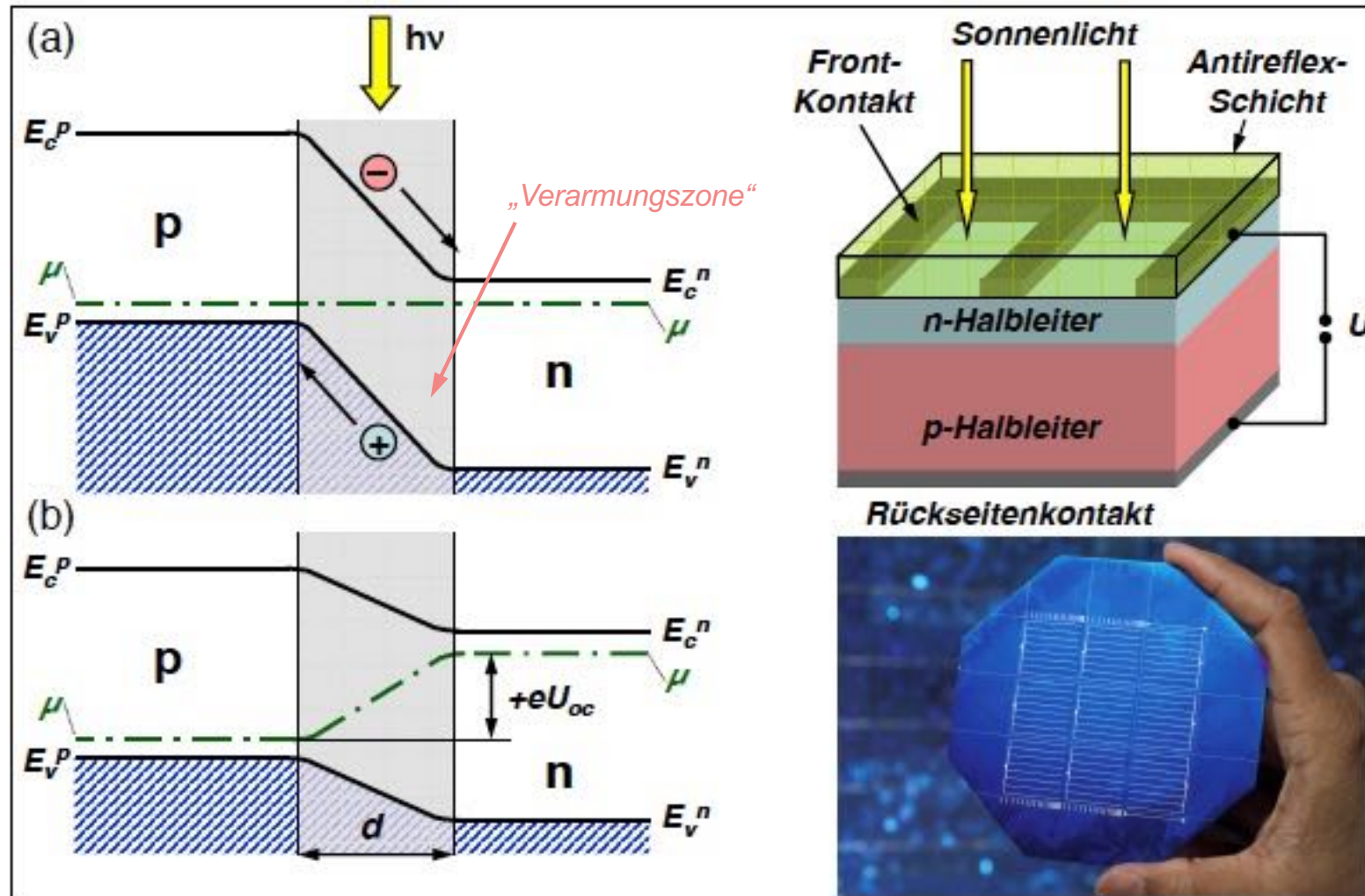
Zur Funktionsweise einer Solarzelle. In (a) ist der schematische Bandverlauf vor Einstrahlung von Licht gezeigt. Durch Lichteinstrahlung werden in der Verarmungszone des  $p$ - $n$ -Übergangs Elektron-Loch-Paare erzeugt. Diese werden im elektrischen Feld der Verarmungszone getrennt, wobei die Löcher ins  $p$ - und die Elektronen ins  $n$ -Material driften. Dies führt zu einer positiven bzw. negativen Aufladung des  $p$ - bzw.  $n$ -Gebiets (b) und damit zu einer Spannung  $U_{oc}$  (open circuit), die von außen abgegriffen werden kann. Rechts ist schematische der Aufbau einer Solarzelle gezeigt.



Schematischer Aufbau eines  $npn$ -Transistors und (b) Bandverlauf für die Situation, dass der Emitter-Basis-Kontakt in Durchlass- und der Basis-Kollektor-Kontakt in Sperrrichtung geschaltet ist. Die Breite der Basisschicht ist klein gegenüber der Diffusionslänge der Ladungsträger im Basismaterial, so dass die über die Emitter-Basis-Diode injizierten Ladungsträger fast alle zum Basis-Kollektor-Übergang diffundieren können und dort durch die anliegende Sperrspannung abgesaugt werden. Mit den dicken blauen Pfeilen bzw. dünnen roten Pfeilen wird der Majoritätsladungsträger- bzw. Minoritätsladungsträgerstrom angedeutet.



## Solarzelle



Zur Funktionsweise einer Solarzelle. In (a) ist der schematische Bandverlauf vor Einstrahlung von Licht gezeigt. Durch Lichteinstrahlung werden in der Verarmungszone des  $p$ - $n$ -Übergangs Elektron-Loch-Paare erzeugt. Diese werden im elektrischen Feld der Verarmungszone getrennt, wobei die Löcher ins  $p$ - und die Elektronen ins  $n$ -Material driften. Dies führt zu einer positiven bzw. negativen Aufladung des  $p$ - bzw.  $n$ -Gebiets (b) und damit zu einer Spannung  $U_{oc}$  (open circuit), die von außen abgegriffen werden kann. Rechts ist schematische der Aufbau einer Solarzelle gezeigt.