

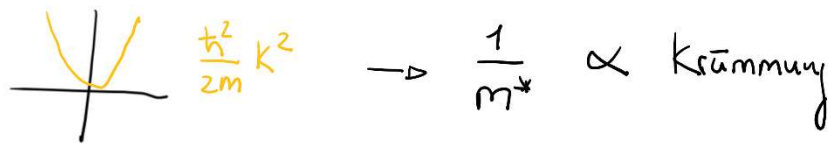
Festkörperphysik

Anwendungsbeispiele Nr. 6 | Wanda Duss

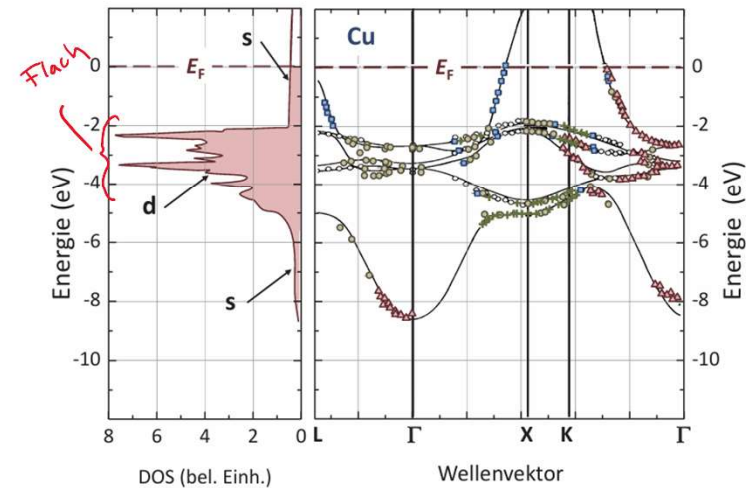
Bandstrukturen Lesen

Anzahl Zustände & DOS : Jedes Band kann $2N$ Zustände fassen
 • Darum hat ein flaches Band eine höhere Dichte v. Zuständen pro Energie (DOS)

Krümmung : Wenn wir ein Band als näherungsweise parabolisch betrachten, dann entspricht die Krümmung $\propto 1/m^*$



$$\frac{\hbar^2}{2m} k^2 \rightarrow \frac{1}{m^*} \propto \text{Krümmung}$$



Klassifikation

Idee: Bandstruktur um E_F
sagt etwas über Material aus

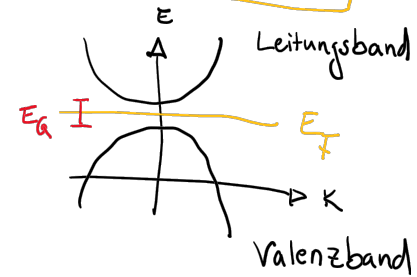
Metall: E_F in Mitte von Band
↳ kleines E-Feld gibt bereits Strom

Halbleiter: E_F zw. Bänder, E_G klein
↳ Thermische Anregung erlaubt Besetzung L-Band
x damit Stromleitung at $T \gg 0$

Halbmetall: E_F bei Überlappung Bänder
↳ Stromleitung bei $T=0$ aber schwächer

Isolator: E_F zw. Bänder, E_G gross
↳ keine Stromleitung auch für \vec{E} gross

Band Theory



} odd # of e^- per UC

} even # of e^- per UC

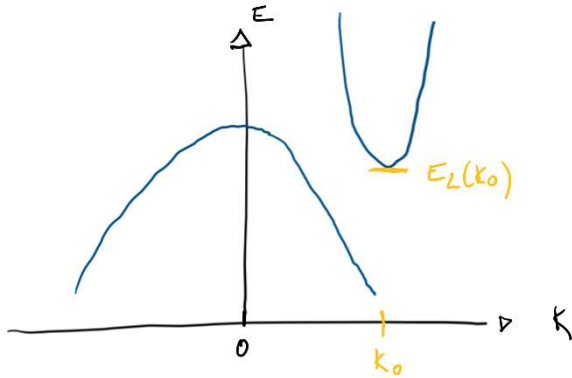
43) Bandüberlappung bei Halbmetallen

Die überlappenden Energiebänder eines Halbmetalles seien in der Nähe von $E_1(0)$ bzw. $E_2(k_0)$ wie folgt gegeben:

$$E_1(k) = E_1(0) - \frac{\hbar^2 k^2}{2m_1^*} \quad \text{und} \quad E_2(k) = E_2(k_0) + \frac{\hbar^2 (k - k_0)^2}{2m_2^*}.$$

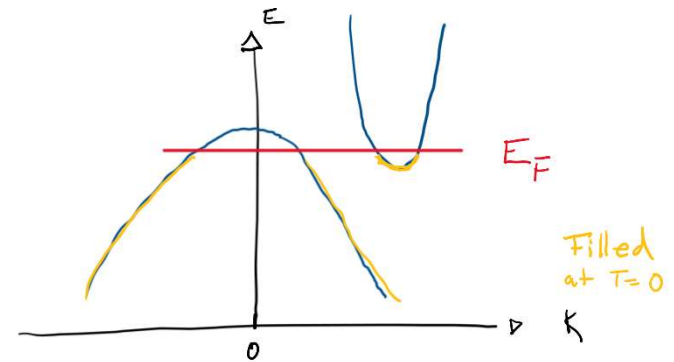
a) Skizzieren Sie $E(k)$ für $m_1^* > m_2^*$ und $E_1(0) > E_2(k_0)$ für ein $k_0 > 0$, für das sich $E_1(k)$ und $E_2(k)$ nicht schneiden.

Note: Curvature of Band $\propto \frac{1}{m^*}$



b) Wir nehmen an, das Material wäre ein Isolator bzw. Halbleiter, wenn das Band $E_2(k)$ gar nicht vorhanden wäre. Was können Sie über die Besetzung des Bandes $E_1(k)$ unter dieser Annahme aussagen? Skizzieren Sie, wie die Bänder tatsächlich für $T=0$ gefüllt sein müssen, wenn beide Energiebänder vorhanden sind.

• Dann wäre E_1 komplett gefüllt



c)

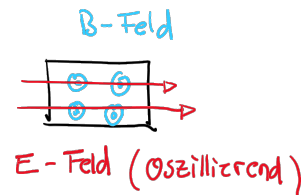
Weil für das Band E_1 komplett gefüllt wäre, entsteht für jeden Zustand, welchen wir entfernen aus E_1 , ein Loch.

$$n_e \cong n_h$$

Zyklotron - Resonanz

Erlaubt uns, effektive Masse m_{xy}^* zu bestimmen

Aufbau :



E-Feld, zirkular polarisiert,
in Ebene der Zyklotron-Bewegung
des Elektrons

Note :

eff. Masse ist richtungsabhängig.
D.h. je nach "Bewegungsrichtung"
des e^- , spürt es mehr oder
weniger Interaktion & damit
ein anderes m_i^*

Idee : Wenn Frequenz des E-Feld (ω_E) mit Rotationsfreq. (ω_c)
des e^- übereinstimmt, "pusht" das E-Feld das e^-

↳ Resonanz bei $\omega_E = \omega_c$

42) Effektive Masse bei Zyklotron-Resonanz

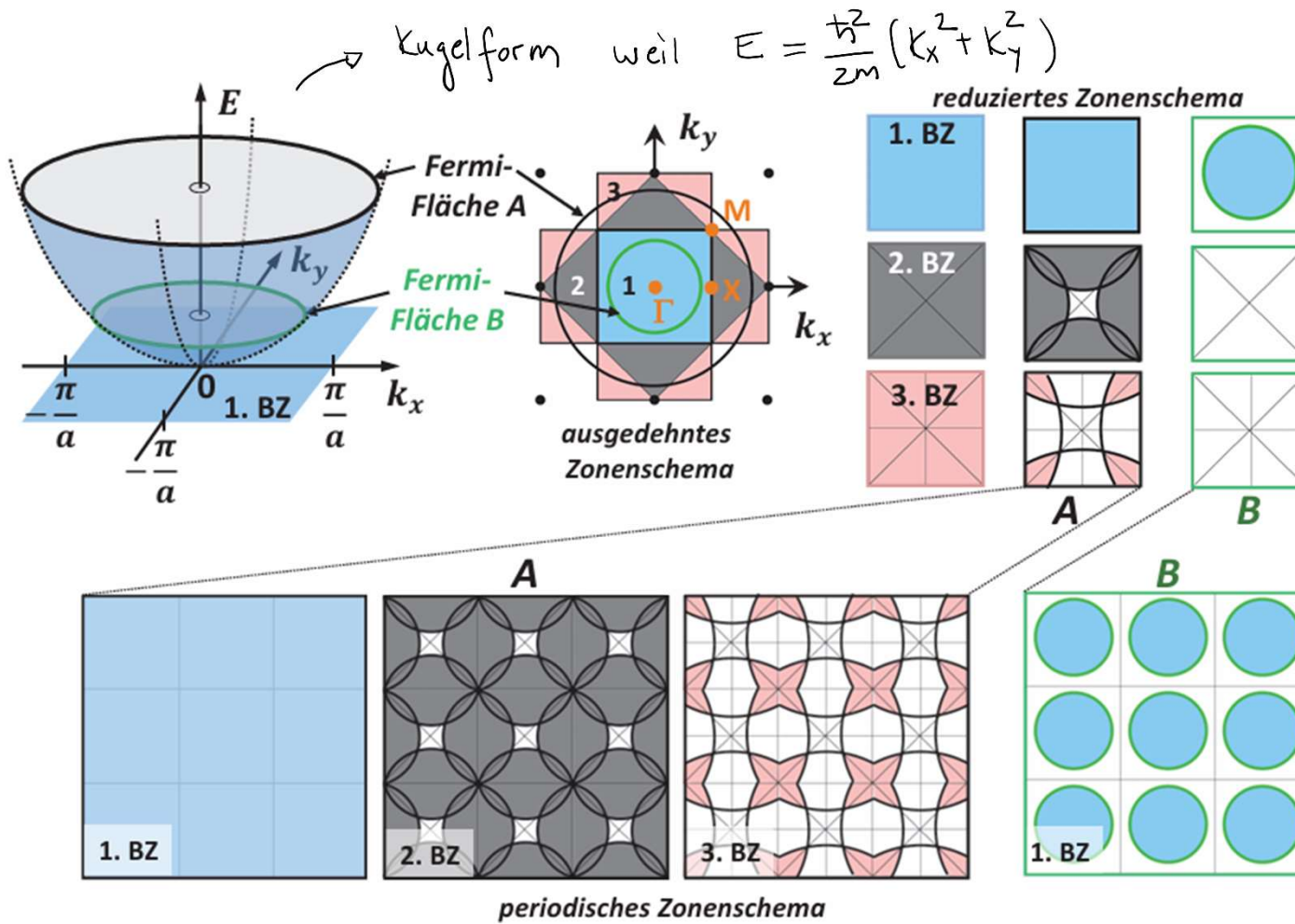
Die gemittelte effektive Masse m^* für die Leitungselektronen im Halbleiter InSb beträgt $0.014 m_e$. Wie gross muss ein Magnetfeld sein, damit die Leitungselektronen durch Mikrowellen mit einer Wellenlänge von 3 cm zur Zyklotronresonanz angeregt werden?

Resonanz bei $\omega_C = \omega_E$ — ω des Elektrischen Feldes
mit $\omega_C = \frac{eB}{m^*}$

• Weil $\lambda_E f_E = c$ und $f_E = \frac{\omega_E}{2\pi}$

• $\omega_E = \frac{2\pi c}{\lambda_E} \stackrel{!}{=} \frac{eB}{m^*}$

$$B = \frac{2\pi m^* c}{e \lambda_E} \cong 5,1 \times 10^{-3} \text{ T}$$



P. 359

Für
Metalle

"Regeln" für fast freie Elektronen

P. 360

- 1) Energielücken an den Rändern BZ (wegen Periodizität Potential)
- 2) An Zonengrenze ist Band rechtwinklig zur Grenze
- 3) Scharfe Strukturen in Fermifläche werden abgerundet

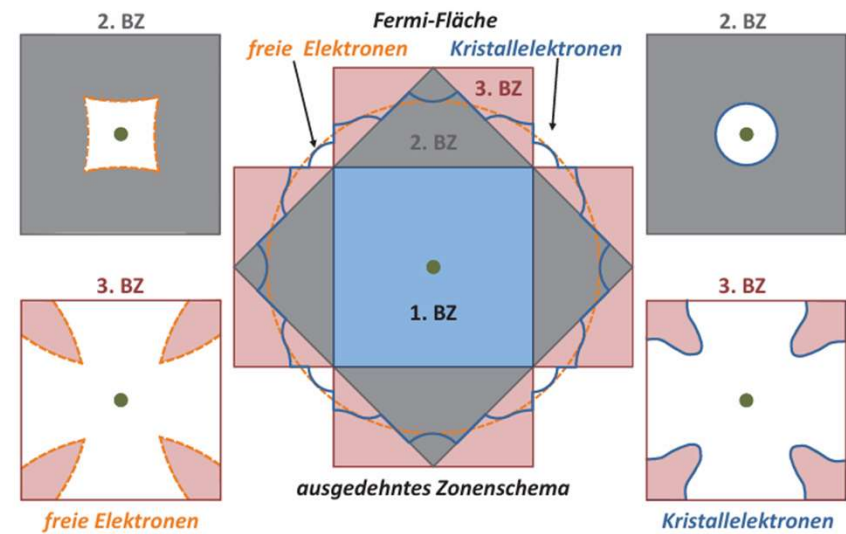


Abb. 8.27: Qualitativer Verlauf der Fermi-Flächen von freien Elektronen (links) und Kristallelektronen (rechts) für ein quadratisches Gitter. In der Mitte sind die ersten drei Brillouin-Zonen im ausgedehnten Zonenschema gezeigt. Eingezeichnet ist hier der Verlauf der Fermi-Fläche von freien Elektronen (Kreis, gestrichelt, orange) und der von Kristallelektronen (durchgezogene Linie, blau). Die 4. Brillouin-Zone ist nicht mehr gezeigt.

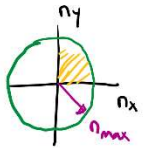
40) Fermi-Linie und reduziertes Zonenschema in 2D

a) Ein kubisches Gitter der Gitterkonstanten a in zwei Dimensionen bestehe aus Atomen, die jeweils 2 Elektronen beisteuern. Wie gross wird der Betrag des Fermi-Wellenvektors k_F in Einheiten von π/a ?

Benutzen Überlegungen von Serie 4 zu Fermi-Gas

I.e. $\Psi = e^{i(k_x x + k_y y + k_z z)} \chi(s)$ mit $k_i = n_i \pi / L$

Zählen Zustände in Kreis von radius n_{max} :



$N = 2 \times \frac{1}{4} \times \pi |n_{max}|^2$ mit $n_{max} = n_{Fermi} = \frac{L}{\pi} k_{Fermi}$

Spin *nur ni positiv* *Kreis-Fläche*

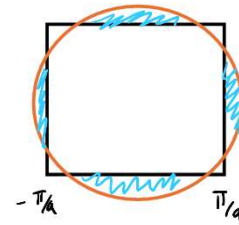
Benutzen dass $N = \frac{L^2}{a^2} \times 2$

EZ *2 e p. EZ*

$\Rightarrow \frac{\pi}{2} \frac{L^2}{\pi^2} k_F^2 = \frac{L^2}{a^2} \times 2 \quad \rightarrow \quad k_F^2 = \frac{4\pi}{a^2} \quad \rightarrow \quad k_F = \frac{2}{\pi} \frac{\pi}{a}$

b) Skizzieren Sie für dieses Gitter, wie jeweils das reduzierte und das periodische Zonenschema aussehen. Machen Sie getrennte Skizzen für freie Elektronen und für Elektronen, die sich in einem schwachen periodischen Potential befinden.

$k_F \approx 1.13 \pi/a$ k_F liegt über dem Rand der 1. BZ



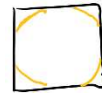
$k_F \equiv$ Inside 2. BZ

Free Electrons

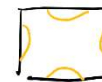


Periodisch

Reduziert

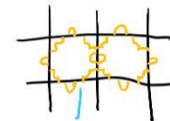


1. BZ



2. BZ

Weak Periodic $V(x)$



Periodisch

Lücke



Reduziert



Lücke

Alternative Herleitung k_F

Wenn statt Box-Randbedingungen ($V = \begin{cases} 0 & 0 < x < L \\ \infty & \text{sonst} \end{cases}$)

Periodische Randbed. ($\Psi(L) = \Psi(0)$) verwendet werden

gilt $k = \frac{2\pi}{L} n_i$ und n_i kann auch negativ sein
 $n_i = \pm 1, \pm 2, \dots$

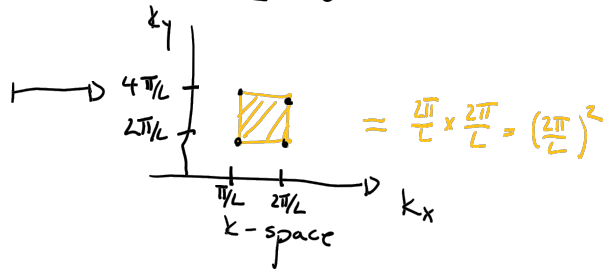
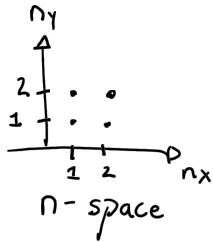
Dann gilt $N = \overset{\text{spin}}{2} \times \overset{\text{full circle}}{1} \times \overset{\text{circle Area}}{\pi n_{\max}^2}$

ODER

• Volumen Fermi Kreis: $\pi k_F^2 \times 2$ ^{spin}

• Volumen Einheitszelle in k-space: $\left(\frac{2\pi}{L}\right)^2$

$L \triangleright$
Warum?



\Rightarrow

$$N = \frac{V_F}{V_{uc}} = \frac{2\pi k_F^2}{\left(\frac{2\pi}{L}\right)^2} = \frac{L^2}{a^2} \cdot 2$$

$$k_F = \frac{2\sqrt{\pi}}{a} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\pi}{a}$$